



MUESTREO SUB-NYQUIST EN GHOST IMAGING: CONCEPTOS Y APLICACIONES

Juan Andrés Urrea

201327824

Seminario de Óptica Cuántica

- Motivación

Relevancia y utilidad.

- Conceptos básicos

Teorema de Nyquist

Ghost Imaging (Variantes)

Muestreo Sub-Nyquist

- Aplicaciones Varias

Multi-Wavelength Compressive Ghost Imaging

LIDAR Compressive Ghost Imaging

MOTIVACIÓN

Ghost Imaging (**GI**): Técnica para generación de imágenes, explicada originalmente de manera cuántica.

Muestreo Sub-Nyquist (**MSN**): Método de muestreo basado en menos datos que los normalmente requeridos.

- Bastante controversia. ¿Viola el teorema de Nyquist?
- Da lugar a optimizar aplicaciones ya existentes, incluso estando aún estudiado y desarrollado.
- Resultados notables usando el **49%** de los datos requeridos.
- Personal: Tratamiento de Fase en este tipo de métodos.



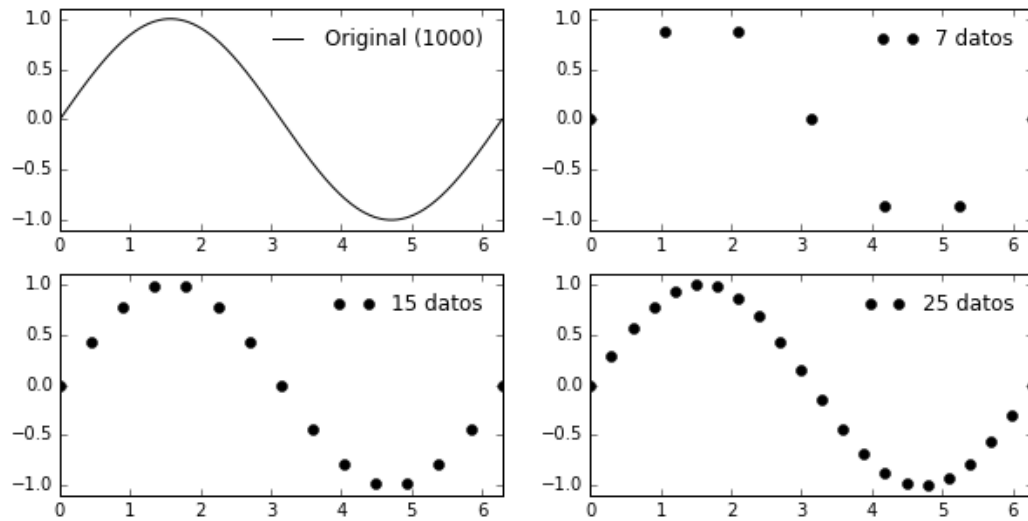
CONCEPTOS BÁSICOS: TEOREMA DE NYQUIST 1D

Dada una señal con frecuencia de Fourier máxima F_f , esta se puede recuperar muestreando con una frecuencia $2F_f$.

Interpolación de Whittaker:

$$x(t) = \sum_{k=0}^N x\left(t = \frac{k}{2W}\right) \frac{\text{Sen}(\pi(k - 2Wt))}{\pi(k - 2Wt)} \quad W = \frac{f_s}{2}$$

Asumir que una señal cumple esta condición implica asumir que es de duración temporal infinita. Esto tendrá consecuencias.

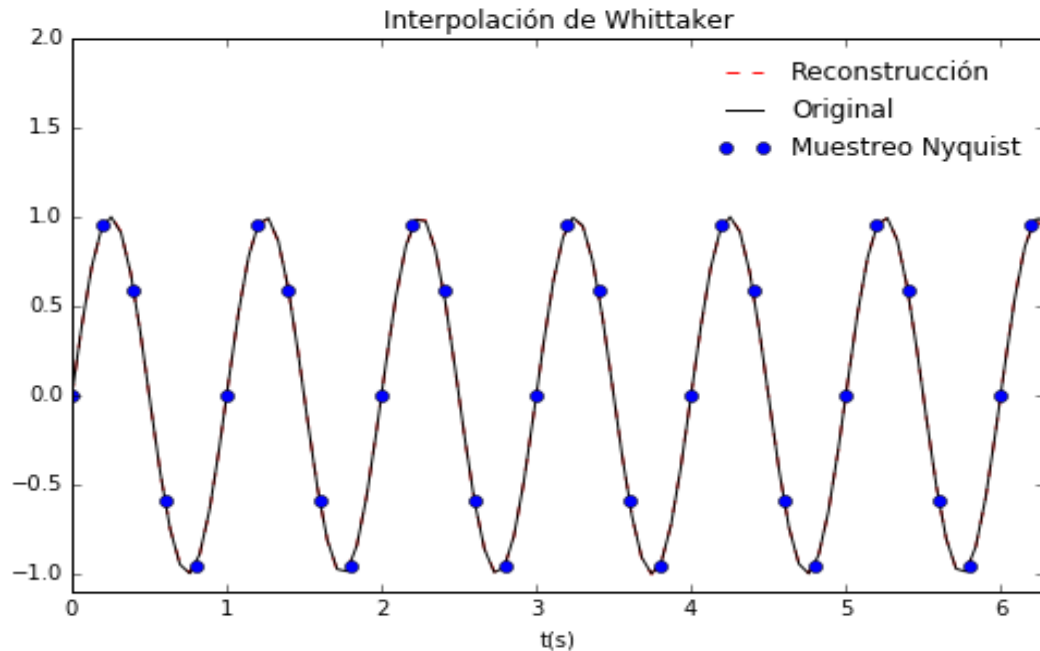


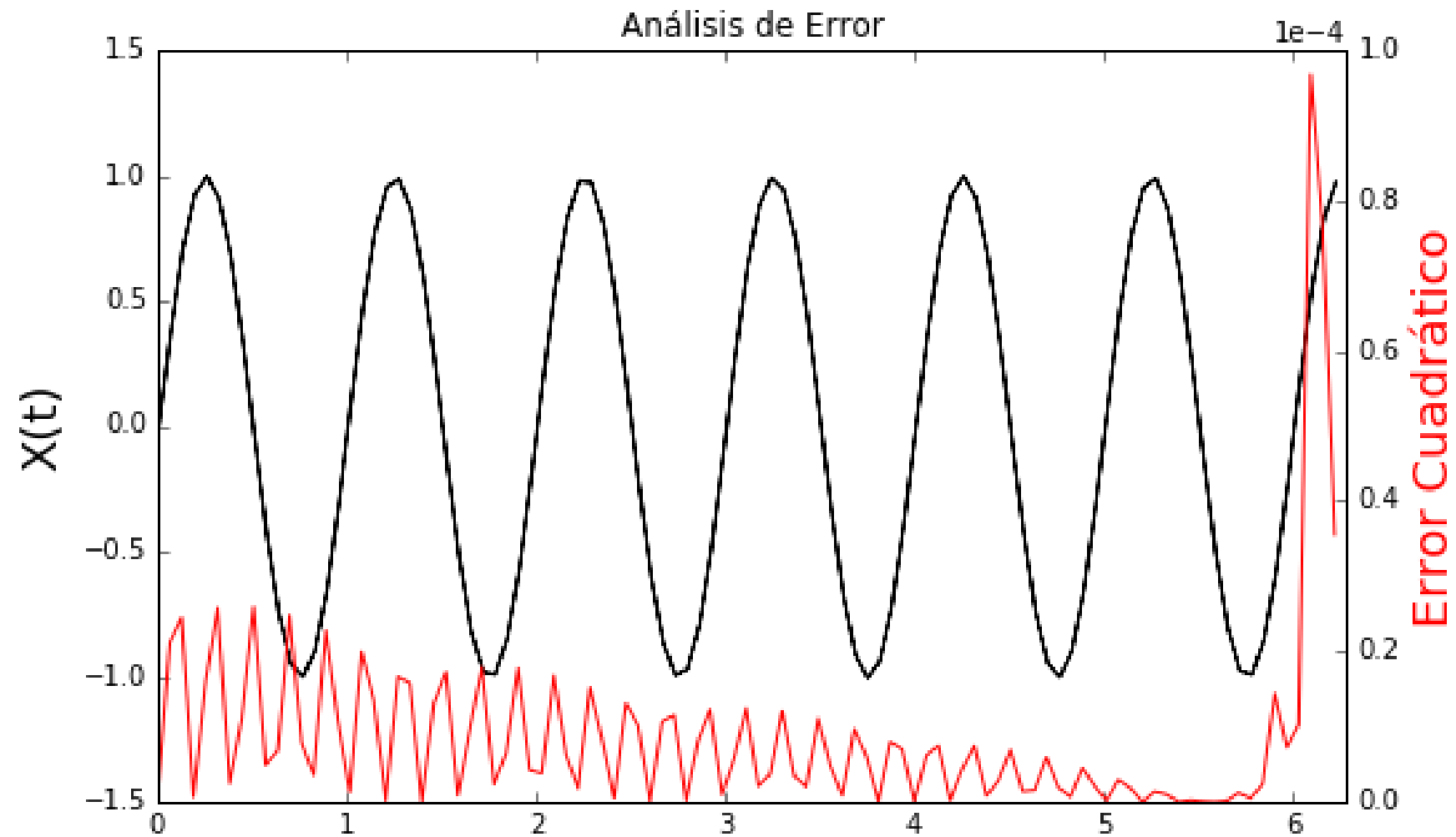
Intuitivamente, se pensaba que habría que tomar un número MUY grande de datos.

- Interpolación Lineal
- NO hay criterio de límite de muestreo.

Fijando el límite de Nyquist, hay reconstrucción “perfecta”.

Frecuencia Original: 1Hz
 Frecuencia de Muestreo: 5Hz
 $\# \text{ de datos} = \text{Duración} * 5 \text{ Hz}$





Probar la validez de este teorema experimentalmente parece imposible, aunque computacionalmente se puede aproximar:

- Señal “Infinita” se corta a una $\varphi(t)$ que tenga la mayoría de su “energía” en un intervalo finito, i.e:

$$\int_{-\tau}^{\tau} |\varphi(t)|^2 dt = E_T + \epsilon \quad \text{Buscamos maximizar el valor de } E_T.$$

$$\varphi(t) = \int_{-W}^W \phi(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

- Problema de Valores Propios:

$$\int_{-1}^1 \varphi(x) \frac{\text{sen}\left(\frac{2\pi\sigma(t-x)}{4}\right)}{\pi(t-x)} dx = \lambda\varphi(t)$$

Estas funciones son las más apropiadas para probar el teorema.



CONCEPTOS BÁSICOS: GHOST IMAGING COMPUTACIONAL

GHOST IMAGING

2 fotones generados vía SPDC.

Brazo Principal (I):

El fotón atraviesa el objeto y es recibido por un detector. NO hay resolución espacial.

Brazo de Referencia (II):

El fotón NO atraviesa el objeto. Hay resolución espacial, pero sin información del objeto.

PHYSICAL REVIEW A

VOLUME 52, NUMBER 5

NOVEMBER 1995

Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement

T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko

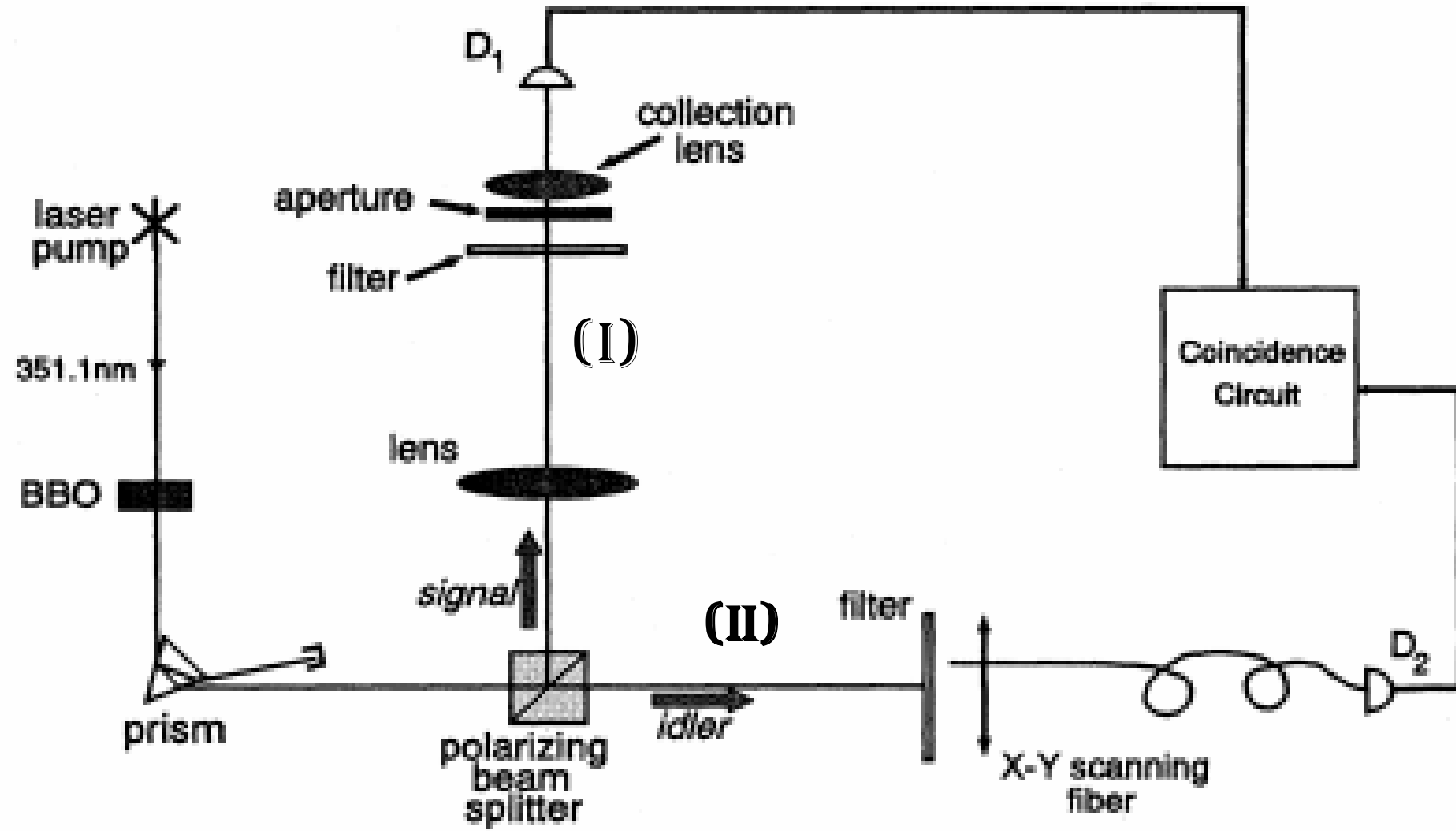
Department of Physics, University of Maryland Baltimore County, Baltimore, Maryland 21228

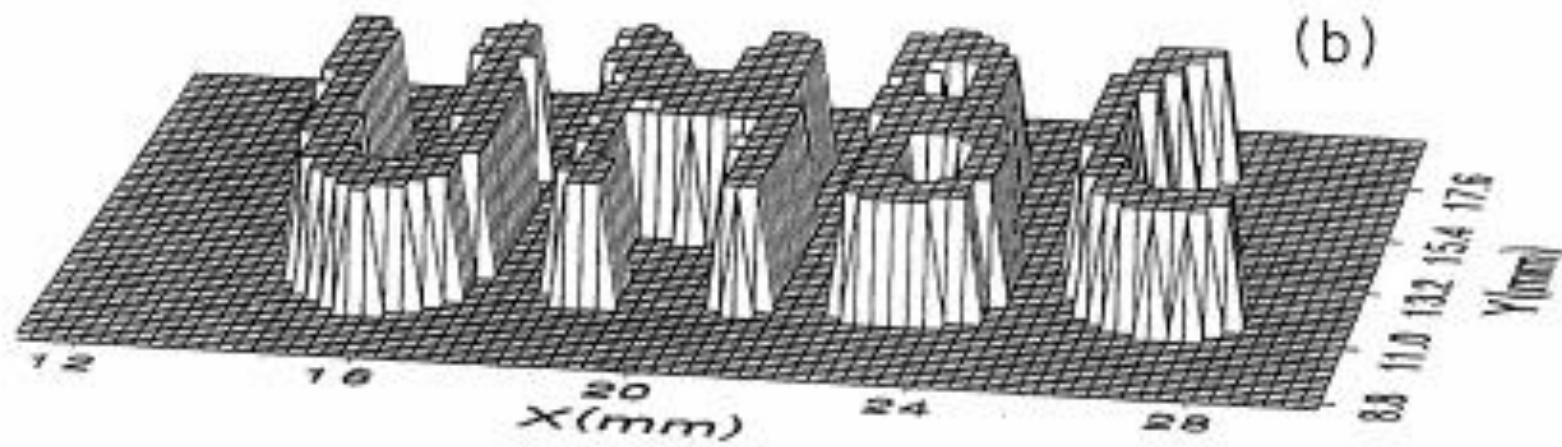
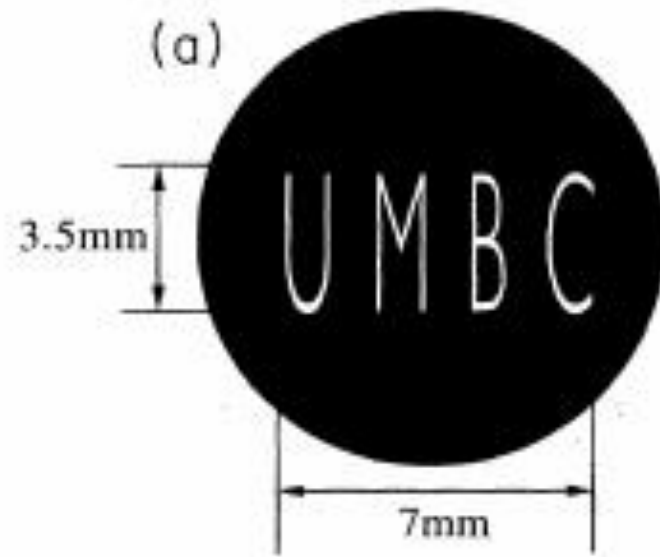
(Received 22 December 1994)

A two-photon optical imaging experiment was performed based on the quantum nature of the *signal* and *idler* photon pairs produced in spontaneous parametric down-conversion. An aperture placed in front of a fixed detector is illuminated by the *signal* beam through a convex lens. A sharp magnified image of the aperture is found in the coincidence counting rate when a mobile detector is scanned in the transverse plane of the *idler* beam at a specific distance in relation to the lens.

PACS number(s): 42.50.Dv, 03.65.Bz

Por medio de conteo de coincidencia al realizar un barrido 2-D, se genera la imagen de la apertura utilizada.





GHOST IMAGING COMPUTACIONAL

PHYSICAL REVIEW A 78, 061802(R) (2008)

Computational ghost imaging

Jeffrey H. Shapiro

Massachusetts Institute of Technology, Research Laboratory of Electronics, Cambridge, Massachusetts 02139, USA

(Received 16 July 2008; published 18 December 2008)

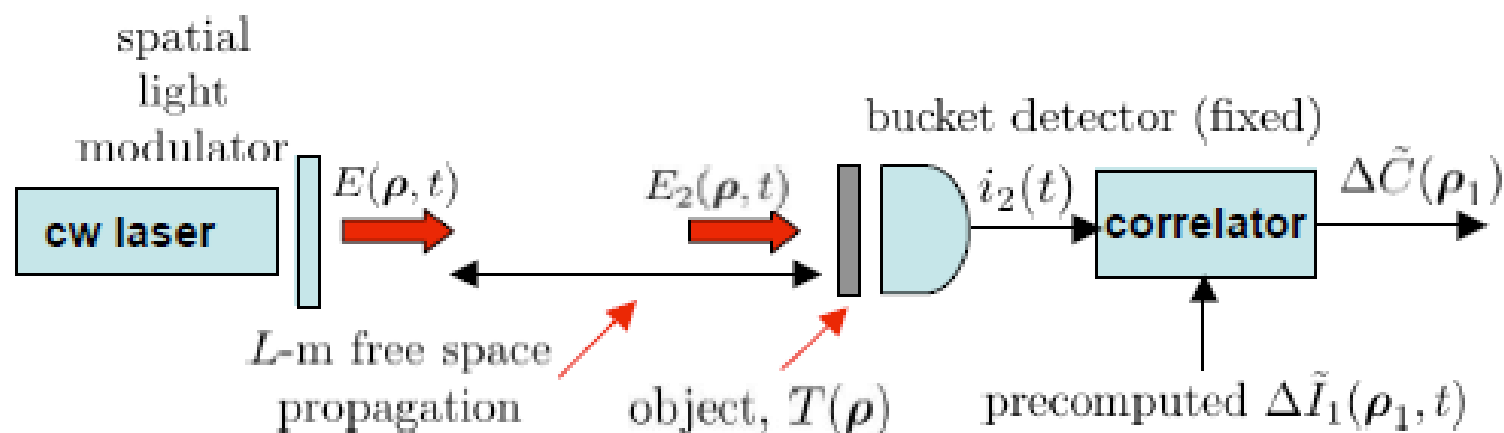
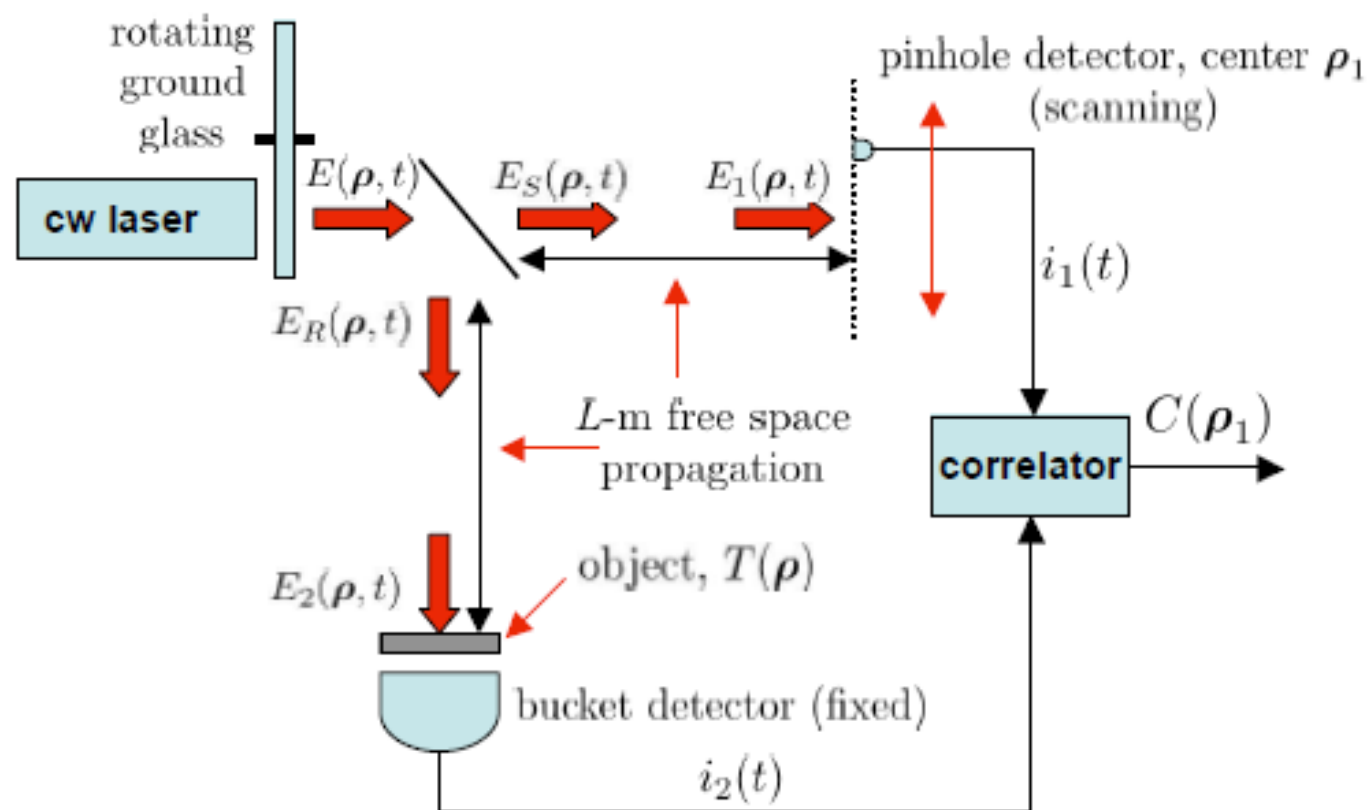
Ghost-imaging experiments correlate the outputs from two photodetectors: a high spatial-resolution (scanning pinhole or charge-coupled-device camera) detector that measures a field which has not interacted with the object to be imaged and a bucket (single-pixel) detector that collects a field that has interacted with the object. We describe a computational ghost-imaging arrangement that uses only a single-pixel detector. This configuration affords background-free imagery in the narrow-band limit and a three-dimensional sectioning capability. It clearly indicates the classical nature of ghost-image formation.

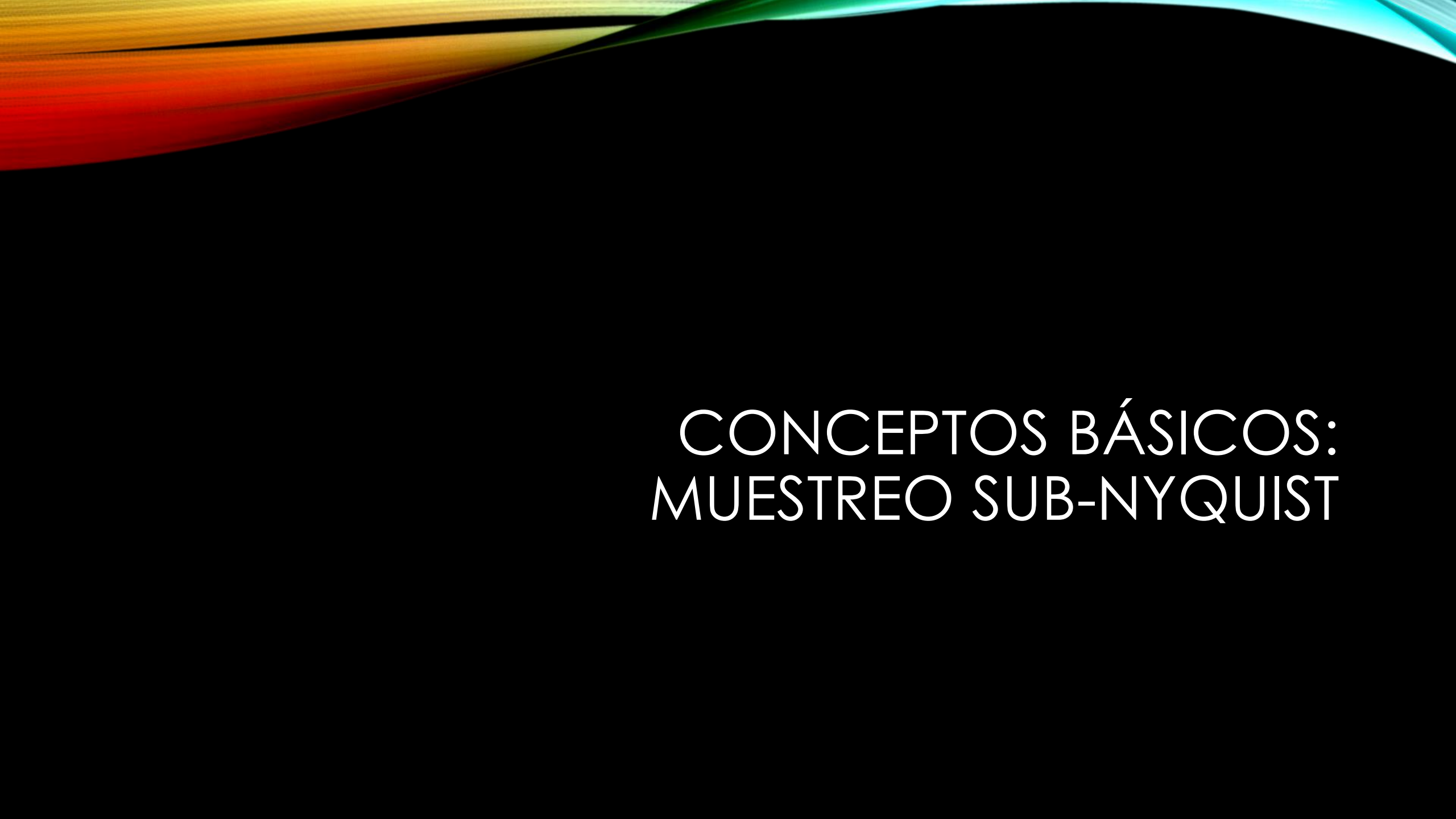
DOI: [10.1103/PhysRevA.78.061802](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.78.061802)

PACS number(s): 42.30.Va, 42.25.Kb, 42.50.Ar

Partiendo de GI con luz Pseudo-Termal, se cambia el brazo de referencia por una simulación computacional de la propagación de la luz emitida.

Es una primera optimización del procedimiento, pues no hay “gasto” experimental. Las simulaciones se pueden hacer por aparte.





CONCEPTOS BÁSICOS: MUESTREO SUB-NYQUIST

Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction From Highly Incomplete Frequency Information

Emmanuel J. Candès, Justin Romberg, *Member, IEEE*, and Terence Tao

Se propone la posibilidad de recuperar perfectamente señales con un muestreo que NO satisface el teorema de Nyquist. NO se implementa la interpolación de Whittaker, pues fallaría.

¿Cómo lo hace?

1. Tomar una base donde la imagen sea “sparse” en alto grado. Tomada de un “diccionario”. La transformada F lleva la imagen $T(x,y)$ a esa base.

Compressive ghost imaging

Ori Katz,^{a)} Yaron Bromberg, and Yaron Silberberg

Department of Physics of Complex Systems, The Weizmann Institute of Science, Rehovot 76100, Israel

(Received 10 May 2009; accepted 8 September 2009; published online 30 September 2009)

We describe an advanced image reconstruction algorithm for pseudothermal ghost imaging, reducing the number of measurements required for image recovery by an order of magnitude. The algorithm is based on *compressed sensing*, a technique that enables the reconstruction of an N -pixel image from much less than N measurements. We demonstrate the algorithm using experimental data from a pseudothermal ghost-imaging setup. The algorithm can be applied to data taken from past pseudothermal ghost-imaging experiments, improving the reconstruction's quality. © 2009 American Institute of Physics. [doi:[10.1063/1.3238296](https://doi.org/10.1063/1.3238296)]

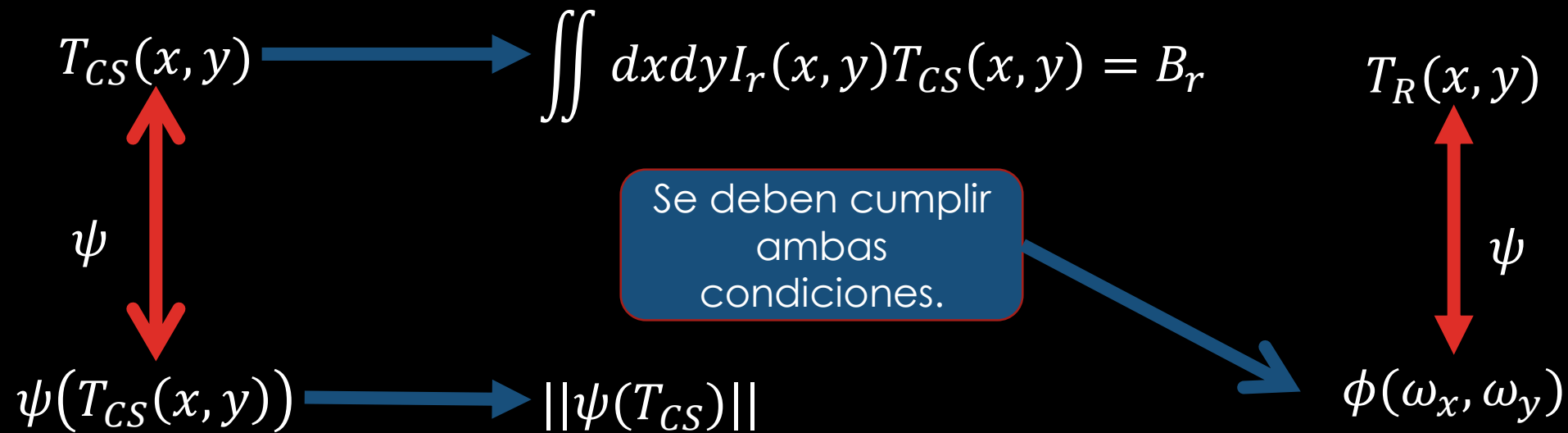
2. Solucionar el problema de optimización:

$T_{CS} = T'$ que minimiza $|F(T'(x, y))|$ y satisface ser las mediciones tomadas:

$$\int dx dy I_r(x, y) T'(x, y) = B_r$$

$I_r(x, y)$: Intensidad que llega al objeto.

B_r : Intensidad que llega al detector.



Se debe utilizar una base a donde se pueda “ir y volver”. La opción intuitiva sería la transformada de Fourier discreta.

Muestreo Sub-Nyquist en GIC

La imagen máscara $T(x,y)$ es una señal 2-D real. Katz et al. proponen utilizar la DCT-2D como transformada a una base donde sea altamente “sparse”.

Observaciones:

- NO es la DFT-2D: Solamente genera una matriz de entradas reales.
- Se sospecha reconstrucción que “desprecia” hasta cierto punto el espectro de fase.

Principio de Incertidumbre Uniforme:

Si una señal es “sparse” en una base dada, su transformada de Fourier NO es “sparse” en la nueva base.

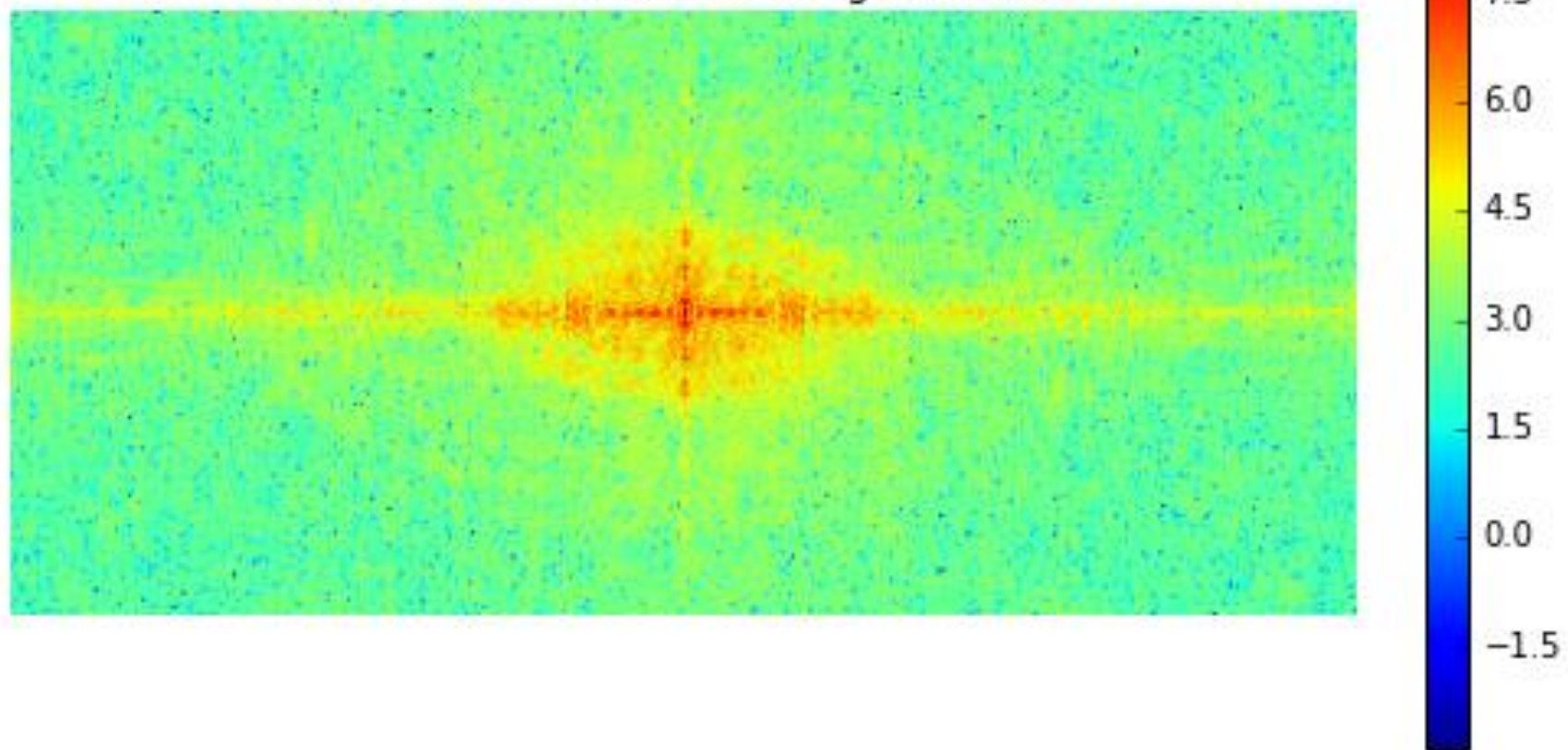


Dada una imagen máscara $T(x,y)$, podemos medir su grado de “sparsity” por el % de elementos que son 0 en la nueva base.

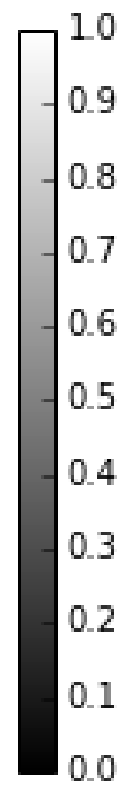
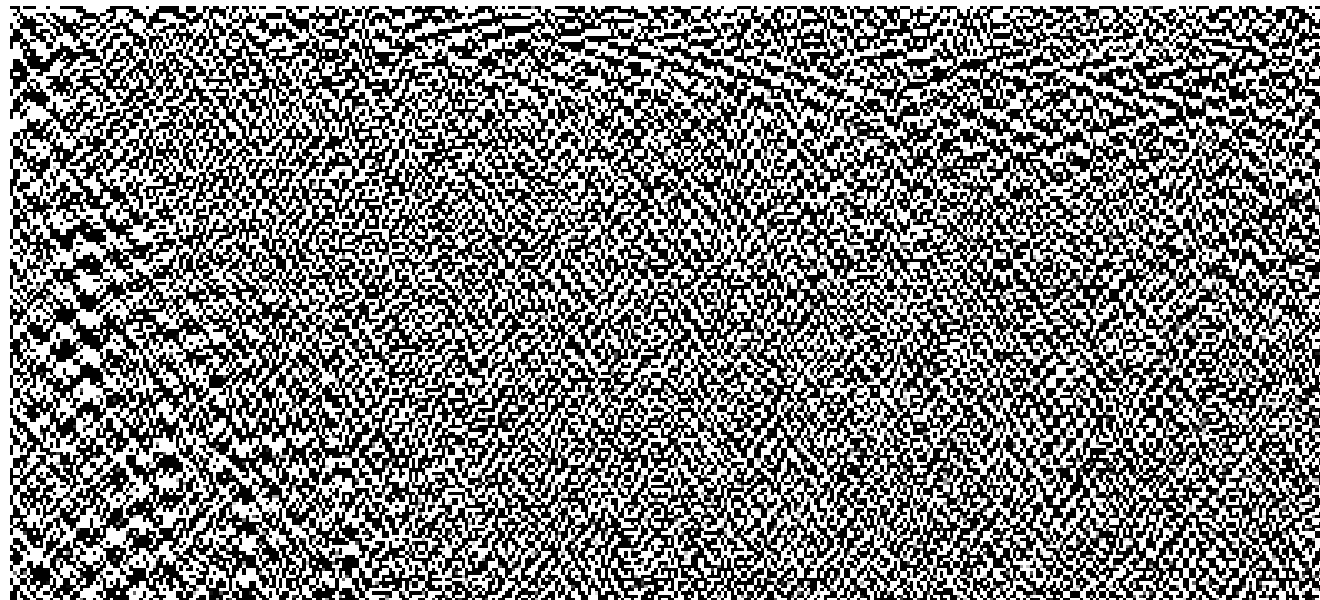
$$F(T(x,y)) = \overline{F(\omega_x, \omega_y)}$$

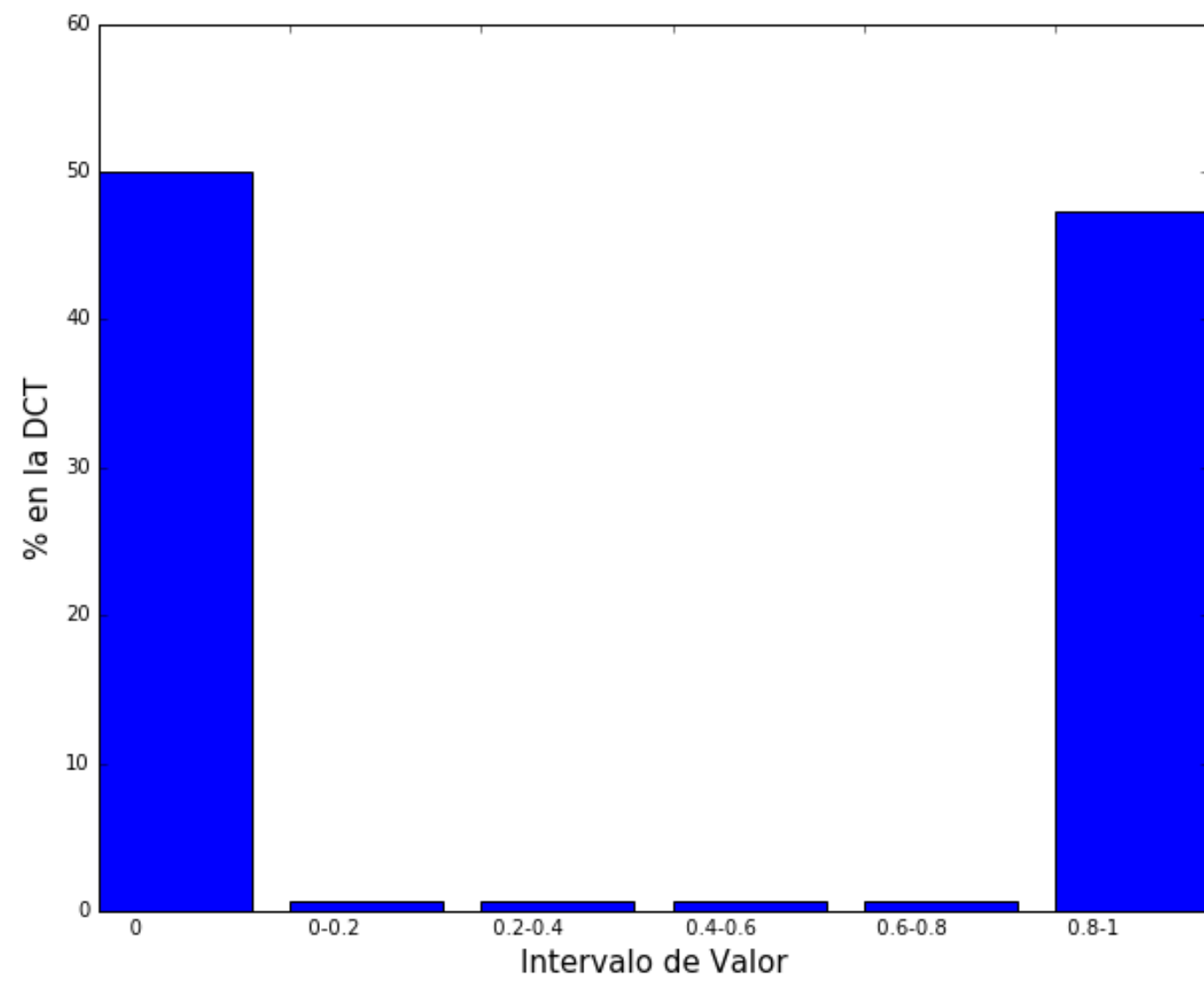
Para seleccionar apropiadamente esta F , vale la pena evaluar este grado de “sparsity” en la base de la transformada propuesta por Katz et al.

Transformada de Fourier: Log Resaltado



2D-DCT







Aplicaciones Varias

MULTI-WAVELENGTH GHOST IMAGING

Published. Optics Express (on-line September 2013).

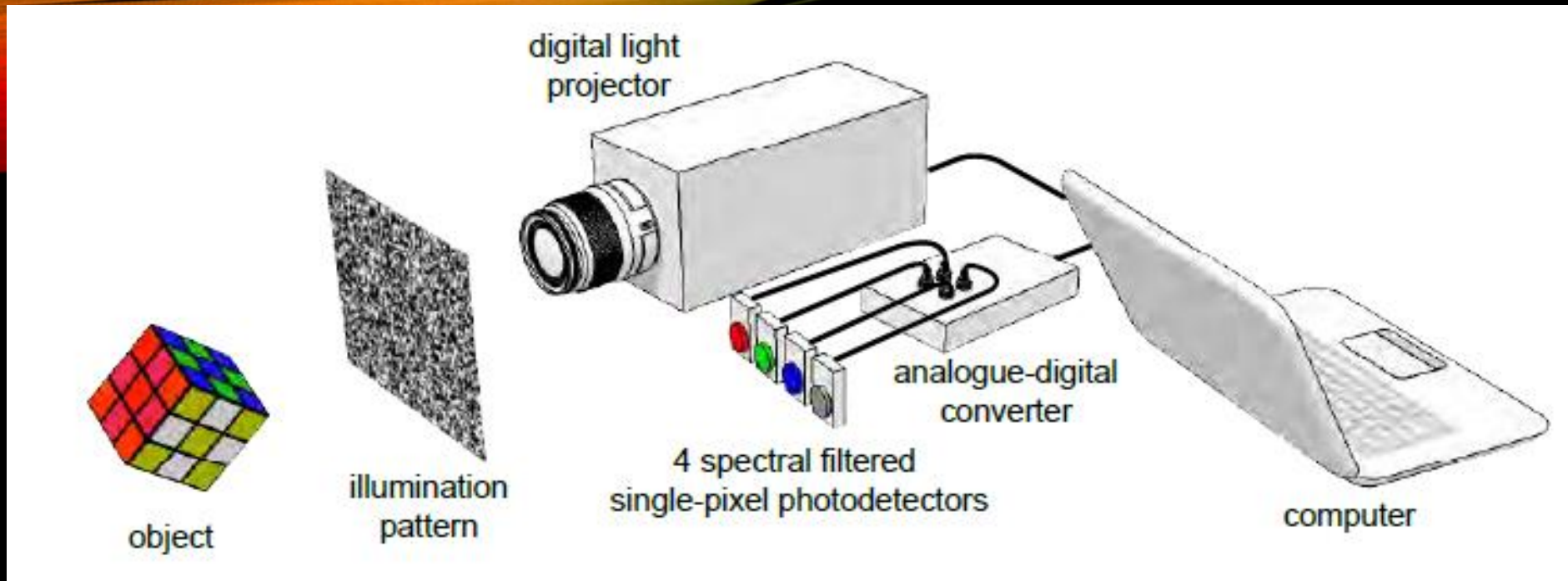
Multi-wavelength compressive computational ghost imaging

Stephen S. Welsh^a, Matthew P. Edgar^a, Phillip Jonathan^b, Baoqing Sun^a, Miles. J. Padgett^a

^aUniversity of Glasgow, Kelvin Building University Avenue G12 8QQ, Glasgow, UK;

^bDepartment of Mathematics and Statistics, Lancaster University, Lancaster, LA1 4YF, UK;

Correlación entre campo propagado e intensidad reflejada por un objeto de varios colores. Puede verse como varios GI simultáneos.



Varios detectores reciben únicamente un color, generando una ghost image por separado.

Recorre a la simulación del patrón de iluminación propuesto por Shapiro.

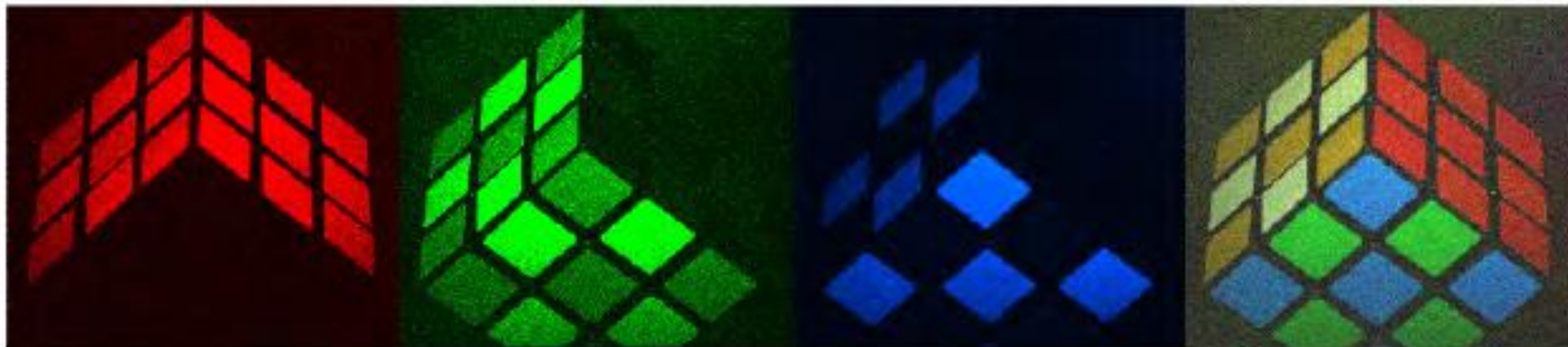
192 x 168 pixeles.

RED PLANE

GREEN PLANE

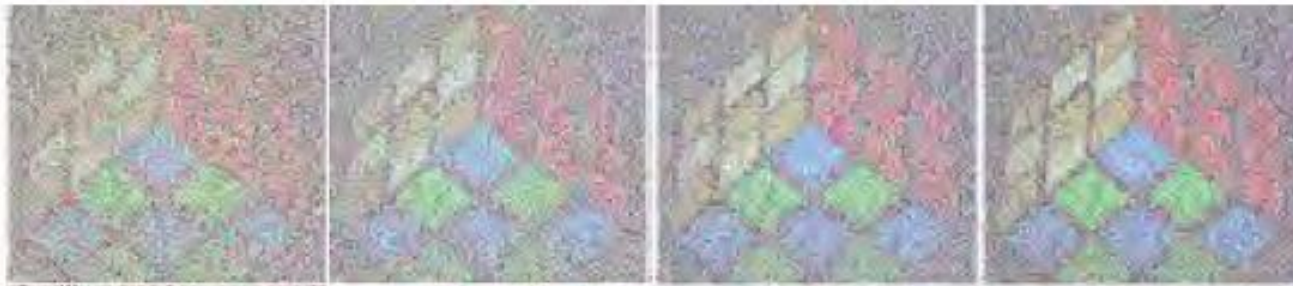
BLUE PLANE

RGB COMBINATION

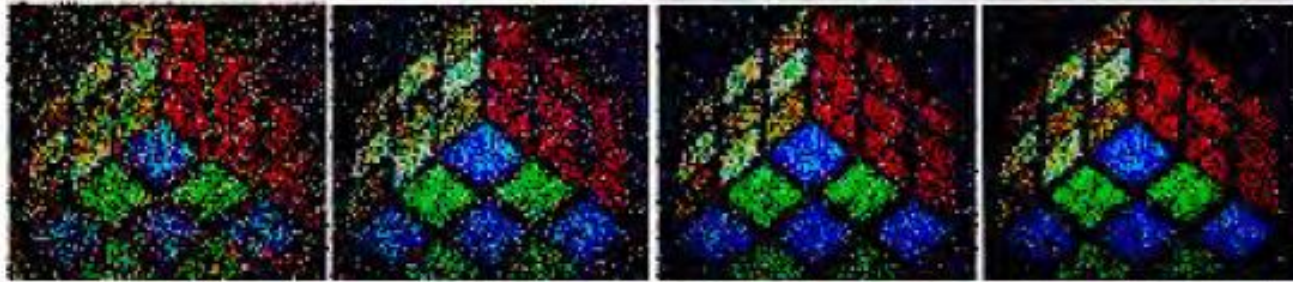


Ghost Imaging Tradicional: # de datos muy grande,
tiempo de adquisición muy grande.

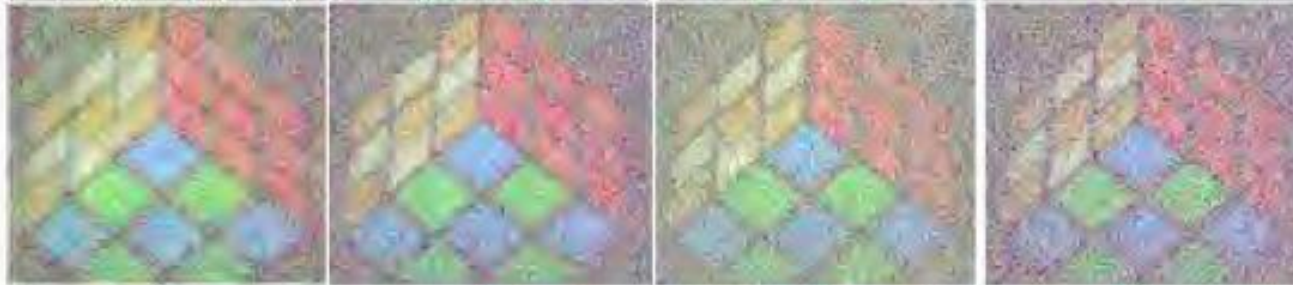
TGI



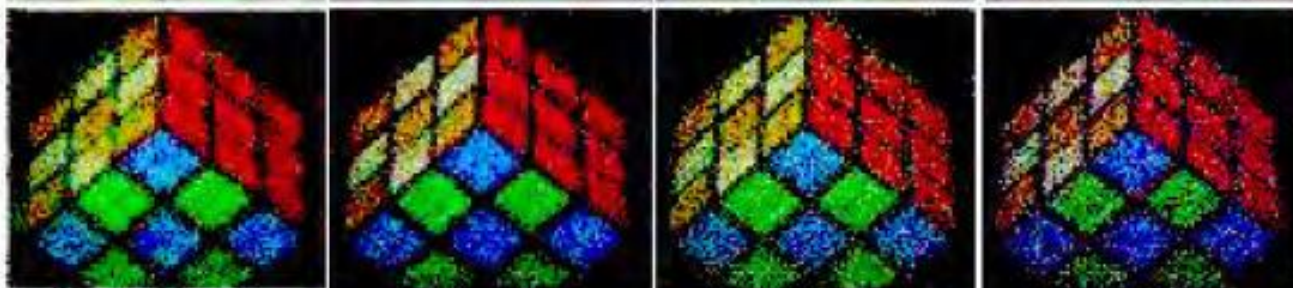
BS TGI



CGI



BS CGI



2000

4000

6000

8000

Resultados de aplicar
Muestreo Sub-
Nyquist/Compressive
Sensing a:

- Ghost Imaging: TGI
- GI Computacional: CGI

Método Vs # de Datos

97 x 84 pixeles.

Article | OPEN

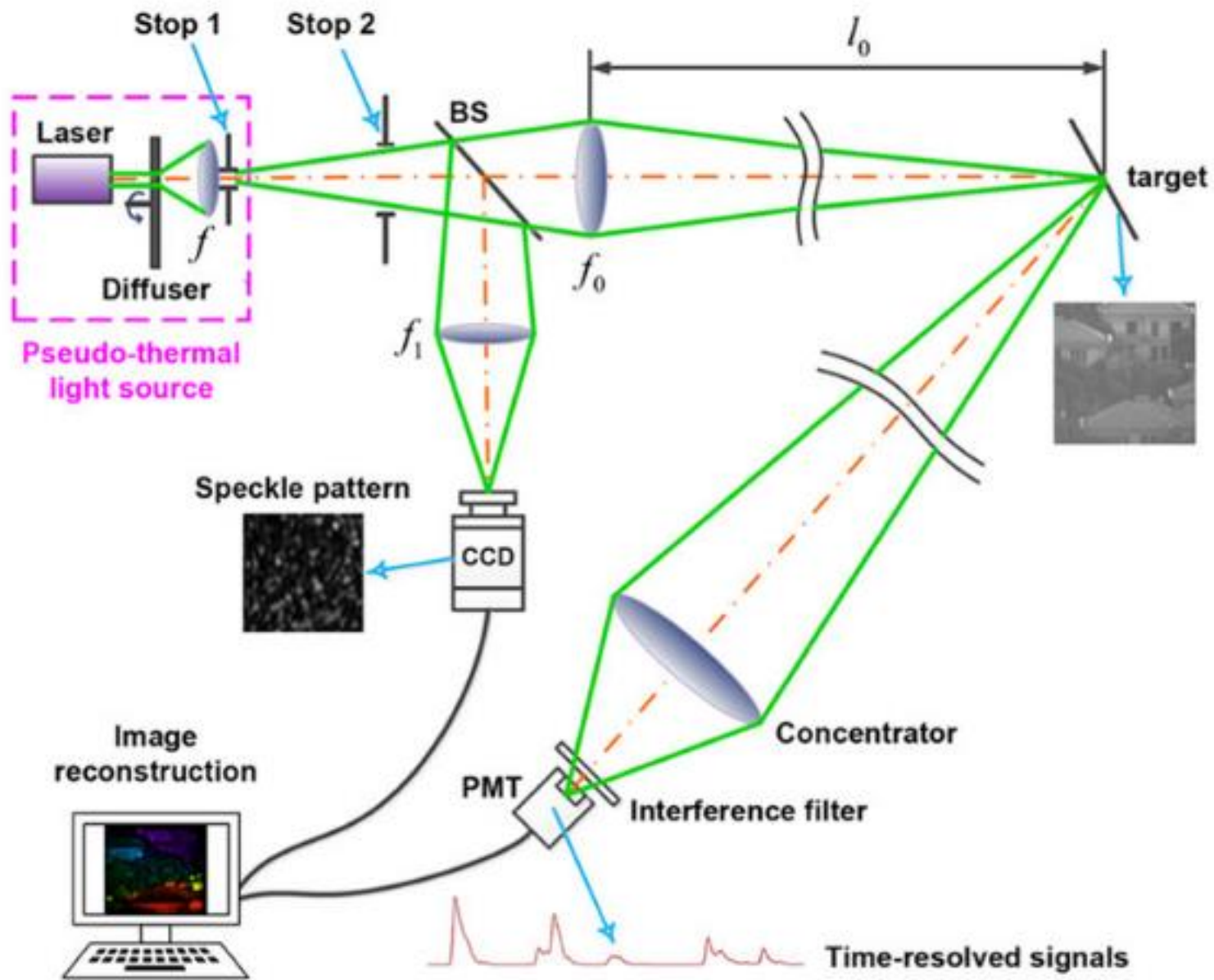
Three-dimensional ghost imaging lidar via sparsity constraint

Wenlin Gong , Chengqiang Zhao, Hong Yu, Mingliang Chen, Wendong Xu & Shensheng Han

TECNOLOGÍA LIDAR

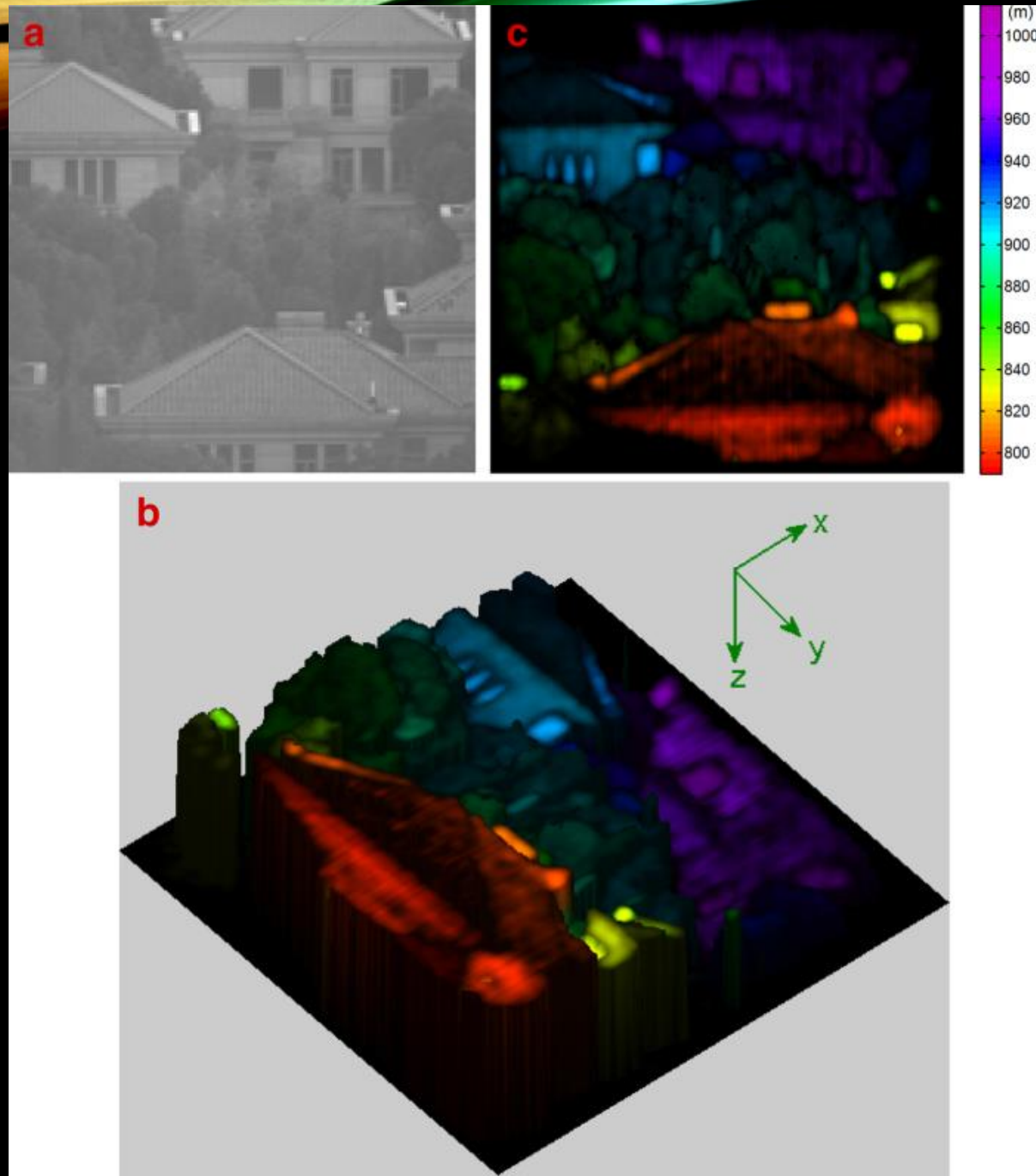
Caracterización de escenas en términos de medición de distancias. Generalmente implican altos tiempos de adquisición.

Se propone la implementación de muestreo sub-Nyquist en el montaje para reducir la cantidad de datos necesaria. Esta la define la resolución de la cámara.



BS: beam splitter; CCD: charge-coupled device; PMT: photomultiplier tube.

N (Nyquist): 12100
de medidas = 6000



Escena a
900 metros
de la fuente.



ESTUDIO DEL TRATAMIENTO DEL ESPECTRO DE FASE



Se observa siempre un “desprecio” de la fase:

- Se trabaja con magnitud de la imagen en la base “sparse”.
- Principio de incertidumbre impide usar DFT para máscara de apertura. Usamos DCT; despreciamos fase.

Las imágenes reconstruidas se muestran siempre a partir de magnitud. Podría pensarse que ligeros cambios en el espectro de fase de la máscara pasarían desapercibidos.

- Reconstrucción Perfecta: Debería tener en cuenta espectro de fase.

The image features a solid black background. At the top, there is a decorative, wavy border with a color gradient. From left to right, the colors transition from a warm orange-red, through yellow and green, to a bright cyan-blue. The word "GRACIAS" is centered in the black area.

GRACIAS