

# Metrología Cuántica e Información Cuántica de Fisher.

Entrelazamiento y Distinguibilidad en Interferometría Atómica.

---

Diego Alejandro Lancheros

Seminario de Óptica Cuántica. Universidad de Los Andes.

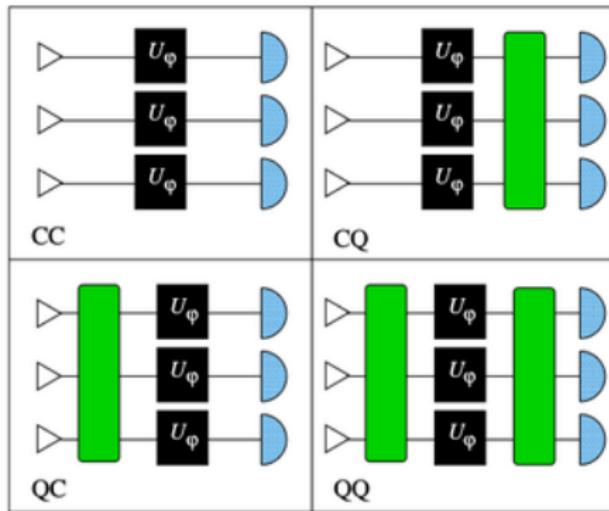
# Table of contents

1. Metrología Cuántica.
2. Criterios de Entrelazamiento, Squeezing y Distinguibilidad de los estados.
3. El Experimento de Oberthaler.
4. Los Estados No-Gaussianos.

# Metrología Cuántica.

---

# Cuatro caminos distintos.



**Figura 1:** Cuatro esquemas de estimación de un parámetro  $\phi$  por la evolución unitaria de los estados iniciales.

# El Interferómetro Mach-Zehnder Atómico.

# El Interferómetro Mach-Zehnder Atómico.

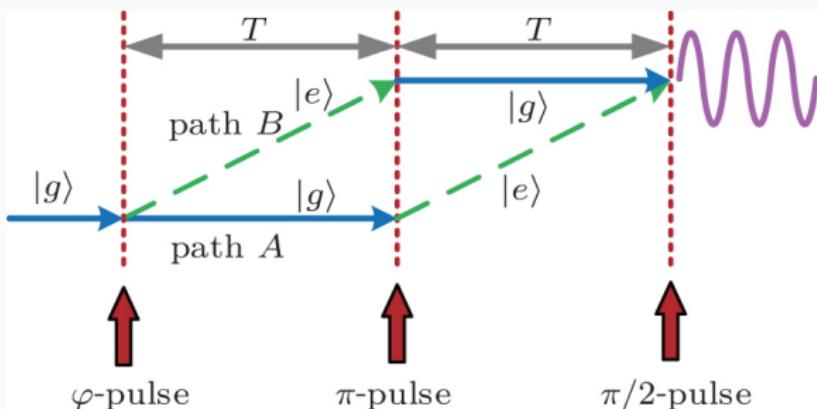


Figura 2: Esquema físico del Interferómetro Mach - Zehnder atómico mediante la interacción de átomos con luz de longitud de onda corta.

# El Interferómetro en Simetría $SU(2)$ .

# El Interferómetro en Simetría $SU(2)$ .

# El Interferómetro en Simetría SU(2).

$$[a_i, a_j] = [a_i^\dagger, a_j^\dagger] = 0$$

$$[a_i, a_j^\dagger] = \delta_{ij}$$

# El Interferómetro en Simetría SU(2).

$$\begin{aligned} [a_i, a_j] &= [a_i^\dagger, a_j^\dagger] = 0 \\ [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{2} (a_1^\dagger a_2 + a_2^\dagger a_1) \\ J_y &= -\frac{i}{2} (a_1^\dagger a_2 - a_2^\dagger a_1) \\ J_z &= \frac{1}{2} (a_1^\dagger a_1 - a_2^\dagger a_2) \end{aligned}$$

# El Interferómetro en Simetría SU(2).

$$[a_i, a_j] = [a_i^\dagger, a_j^\dagger] = 0$$

$$[a_i, a_j^\dagger] = \delta_{ij}$$

$$J_x = \frac{1}{2} (a_1^\dagger a_2 + a_2^\dagger a_1)$$

$$J_y = -\frac{i}{2} (a_1^\dagger a_2 - a_2^\dagger a_1)$$

$$J_z = \frac{1}{2} (a_1^\dagger a_1 - a_2^\dagger a_2)$$

parámetro  $\rightarrow \phi$

Estimador  $\rightarrow N = 2J_z$

# El Interferómetro en Simetría SU(2).

$$\begin{aligned} [a_i, a_j] &= [a_i^\dagger, a_j^\dagger] = 0 \\ [a_i, a_j^\dagger] &= \delta_{ij} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{2} (a_1^\dagger a_2 + a_2^\dagger a_1) \\ J_y &= -\frac{i}{2} (a_1^\dagger a_2 - a_2^\dagger a_1) \\ J_z &= \frac{1}{2} (a_1^\dagger a_1 - a_2^\dagger a_2) \end{aligned}$$

parámetro  $\rightarrow \phi$   
Estimador  $\rightarrow N = 2J_z$

Esquema de un estado clásico.

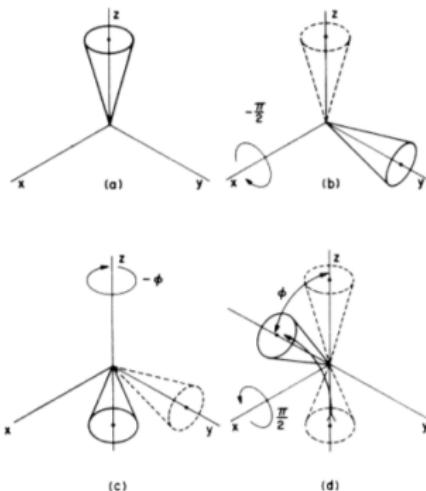
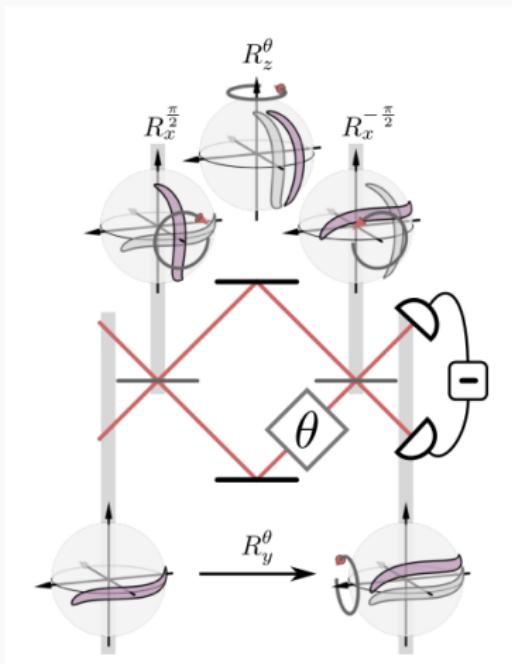


Figura 3: Esquema interferométrico utilizando un estado “clásico”.

# El esquema Quantum-Classical.



**Figura 4:** Esquema interferométrico de un estado comprimido (Entrelazado-no clásico), ilustrando el mejoramiento en la sensibilidad de medición de  $\theta$ .

## Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$|\Psi\rangle = \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \end{aligned}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \\ |\psi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle) \end{aligned}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$|\Psi\rangle = \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle$$

$$\Delta H = \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2}$$

$$|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle)$$

$$\Delta H_j = \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m)$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$|\Psi\rangle = \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle$$

$$\Delta H = \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2}$$

$$|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle)$$

$$\Delta H_j = \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m)$$

$$\Delta\phi \geq \frac{1}{\sqrt{\nu N}(\lambda_M - \lambda_m)}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \end{aligned}$$

$$|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle)$$

$$\Delta H_j = \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m)$$

$$\Delta\phi \geq \frac{1}{\sqrt{\nu N}(\lambda_M - \lambda_m)}$$

Estado Entrelazado.

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \\ |\psi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle) \\ \Delta H_j &= \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m) \\ \Delta\phi &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu N}(\lambda_M - \lambda_m)} \end{aligned}$$

Estado Entrelazado.

$$\begin{aligned} H|\lambda_m\rangle &= N\lambda_m|\lambda_m\rangle \\ H|\lambda_M\rangle &= N\lambda_M|\lambda_M\rangle \end{aligned}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \\ |\psi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle) \\ \Delta H_j &= \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m) \\ \Delta\phi &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu N}(\lambda_M - \lambda_m)} \end{aligned}$$

Estado Entrelazado.

$$\begin{aligned} H|\lambda_m\rangle &= N\lambda_m|\lambda_m\rangle \\ H|\lambda_M\rangle &= N\lambda_M|\lambda_M\rangle \\ |\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_m\rangle + |\lambda_M\rangle) \end{aligned}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \\ |\psi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle) \\ \Delta H_j &= \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m) \\ \Delta\phi &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu N}(\lambda_M - \lambda_m)} \end{aligned}$$

Estado Entrelazado.

$$\begin{aligned} H|\lambda_m\rangle &= N\lambda_m|\lambda_m\rangle \\ H|\lambda_M\rangle &= N\lambda_M|\lambda_M\rangle \\ |\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_m\rangle + |\lambda_M\rangle) \\ \Delta H_{\max} &= \frac{N}{2} (\lambda_M - \lambda_m) \end{aligned}$$

# Relaciones de Incertidumbre generalizadas.

$$(\Delta\phi)(\Delta H) \geq \frac{1}{2\sqrt{\nu}}$$

Estado Separable.

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \bigotimes_{i=1}^N |\psi_i\rangle \\ \Delta H &= \left[ \sum_j \Delta^2 H_j \right]^{1/2} \\ |\psi_i\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_M\rangle + |\lambda_m\rangle) \\ \Delta H_j &= \frac{1}{2} (\lambda_M - \lambda_m) \\ \Delta\phi &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu N} (\lambda_M - \lambda_m)} \end{aligned}$$

Estado Entrelazado.

$$\begin{aligned} H|\lambda_m\rangle &= N\lambda_m|\lambda_m\rangle \\ H|\lambda_M\rangle &= N\lambda_M|\lambda_M\rangle \\ |\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\lambda_m\rangle + |\lambda_M\rangle) \\ \Delta H_{\max} &= \frac{N}{2} (\lambda_M - \lambda_m) \\ \Delta\phi &\geq \frac{1}{\sqrt{\nu N} (\lambda_M - \lambda_m)} \end{aligned}$$

# Criterios de Entrelazamiento, Squeezing y Distinguibilidad de los estados.

---

# Estimación Cuántica.

---

# Estimación Cuántica.

---

La Información de Fisher.

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\{P_z(\theta)\} = \{P(z|\theta)\}$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1\end{aligned}$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\{P_z(\theta)\} = \{P(z|\theta)\}$$

$$\sum_z P_z(\theta) = 1$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1\end{aligned}$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) = 0$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1\end{aligned}$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) = 0$$

$$\frac{\partial \langle \Theta \rangle}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z \Theta P_z(\theta) = 1$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\sum_z (\Theta - \theta) \frac{\partial P_z(\theta)}{\partial \theta} = 1$$

$$\{P_z(\theta)\} = \{P(z|\theta)\}$$

$$\sum_z P_z(\theta) = 1$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) = 0$$

$$\frac{\partial \langle \Theta \rangle}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z \Theta P_z(\theta) = 1$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1 \\ \langle \Theta \rangle &= \theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_z (\Theta - \theta) \frac{\partial P_z(\theta)}{\partial \theta} &= 1 \\ \left\langle (\Theta - \theta) \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\rangle &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) &= 0 \\ \frac{\partial \langle \Theta \rangle}{\partial \theta} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z \Theta P_z(\theta) = 1\end{aligned}$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1\end{aligned}$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) = 0$$

$$\frac{\partial \langle \Theta \rangle}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z \Theta P_z(\theta) = 1$$

$$\begin{aligned}\sum_z (\Theta - \theta) \frac{\partial P_z(\theta)}{\partial \theta} &= 1 \\ \left\langle (\Theta - \theta) \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\rangle &= 1 \\ \langle fg \rangle^2 &\leq \langle f^2 \rangle \langle g^2 \rangle\end{aligned}$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1\end{aligned}$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) = 0$$

$$\frac{\partial \langle \Theta \rangle}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z \Theta P_z(\theta) = 1$$

$$\sum_z (\Theta - \theta) \frac{\partial P_z(\theta)}{\partial \theta} = 1$$
$$\left\langle (\Theta - \theta) \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\rangle = 1$$

$$\langle fg \rangle^2 \leq \langle f^2 \rangle \langle g^2 \rangle$$
$$\left\langle (\Theta - \theta)^2 \right\rangle \geq \frac{1}{\left\langle \left\{ \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\}^2 \right\rangle}$$

# Estimación Cuántica.

## La Información de Fisher.

$$\begin{aligned}\{P_z(\theta)\} &= \{P(z|\theta)\} \\ \sum_z P_z(\theta) &= 1\end{aligned}$$

$$\langle \Theta \rangle = \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z P_z(\theta) = 0$$

$$\frac{\partial \langle \Theta \rangle}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \sum_z \Theta P_z(\theta) = 1$$

$$\begin{aligned}\sum_z (\Theta - \theta) \frac{\partial P_z(\theta)}{\partial \theta} &= 1 \\ \left\langle (\Theta - \theta) \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\rangle &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle fg \rangle^2 &\leq \langle f^2 \rangle \langle g^2 \rangle \\ \left\langle (\Theta - \theta)^2 \right\rangle &\geq \frac{1}{\left\langle \left\{ \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\}^2 \right\rangle}\end{aligned}$$

$$F(\theta) = \sum_z P_z(\theta) \left\{ \frac{\partial \log [P_z(\theta)]}{\partial \theta} \right\}^2$$

# Criterio de Entrelazamiento.

---

## Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

## Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

## Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

## Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

## Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

$$\hat{\rho}_{inp} = \hat{\rho}_1 \otimes \cdots \otimes \hat{\rho}_N$$

# Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

$$\hat{\rho}_{inp} = \hat{\rho}_1 \otimes \cdots \otimes \hat{\rho}_N$$

$$F_Q(\hat{\rho}_{inp}) = N - 4 \sum_{i=1}^N \left\langle \hat{j}_{\vec{n}}^{(i)} \right\rangle^2 \leq N$$

$$\chi^2 = \frac{N}{F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}})}$$

# Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

$$\hat{\rho}_{inp} = \hat{\rho}_1 \otimes \cdots \otimes \hat{\rho}_N$$

$$F_Q(\hat{\rho}_{inp}) = N - 4 \sum_{i=1}^N \left\langle \hat{j}_{\vec{n}}^{(i)} \right\rangle^2 \leq N$$

$$\chi^2 = \frac{N}{F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}})} = \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

# Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

$$\hat{\rho}_{inp} = \hat{\rho}_1 \otimes \cdots \otimes \hat{\rho}_N$$

$$F_Q(\hat{\rho}_{inp}) = N - 4 \sum_{i=1}^N \left\langle \hat{j}_{\vec{n}}^{(i)} \right\rangle^2 \leq N$$

$$\chi^2 = \frac{N}{F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}})} = \begin{cases} < 1, & \text{el estado está entrelazado.} \end{cases}$$

# Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

$$\hat{\rho}_{inp} = \hat{\rho}_1 \otimes \cdots \otimes \hat{\rho}_N$$

$$F_Q(\hat{\rho}_{inp}) = N - 4 \sum_{i=1}^N \left\langle \hat{j}_{\vec{n}}^{(i)} \right\rangle^2 \leq N$$

$$\chi^2 = \frac{N}{F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}})} = \begin{cases} < 1, & \text{el estado está entrelazado.} \\ \geq 1, & \end{cases}$$

# Criterio de Entrelazamiento.

Si  $|\Psi\rangle$  es separable  $\rightarrow \Delta\phi$  escala como  $1/\sqrt{N}$

Si  $\Delta\phi$  no escala como  $1/\sqrt{N}$   $\rightarrow |\Psi\rangle$  está entrelazado.

Si  $\hat{\rho}_{inp}$  es puro  $\rightarrow F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}}) = 4 \left( \Delta \hat{J}_{\vec{n}} \right)^2$

$$\hat{\rho}_{inp} = \hat{\rho}_1 \otimes \cdots \otimes \hat{\rho}_N$$

$$F_Q(\hat{\rho}_{inp}) = N - 4 \sum_{i=1}^N \left\langle \hat{j}_{\vec{n}}^{(i)} \right\rangle^2 \leq N$$

$$\chi^2 = \frac{N}{F_Q(\hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}})} = \begin{cases} < 1, & \text{el estado está entrelazado.} \\ \geq 1, & \text{no podemos afirmar nada.} \end{cases}$$

# Criterio de Compresión.

---

# Criterio de Compresión.

$$\xi_{\vec{n}}^2 \left[ \hat{\rho}_{\text{inp}}, \hat{J}_{\vec{n}} \right] = \frac{N \Delta^2 \hat{J}_{\vec{n}}}{\left\langle \hat{J}_{\vec{p}_1} \right\rangle^2 + \left\langle \hat{J}_{\vec{p}_2} \right\rangle^2}$$

## Criterio de Compresión.

$$\xi_{\vec{n}}^2 \left[ \hat{\rho}_{\text{inp}}, \hat{J}_{\vec{n}} \right] = \frac{N \Delta^2 \hat{J}_{\vec{n}}}{\left\langle \hat{J}_{\vec{p}_1} \right\rangle^2 + \left\langle \hat{J}_{\vec{p}_2} \right\rangle^2}$$

$$\vec{n} = \sin(\theta) \sin(\phi) \vec{e}_x - \sin(\theta) \cos(\phi) \vec{e}_y + \cos(\theta) \vec{e}_z$$

$$\vec{p}_1 = \cos(\phi) \vec{e}_x + \sin(\phi) \vec{e}_y$$

$$\vec{p}_2 = -\cos(\theta) \sin(\phi) \vec{e}_x + \cos(\theta) \cos(\phi) \vec{e}_y + \sin(\theta) \vec{e}_z$$

# Criterio de Compresión.

$$\xi_{\vec{n}}^2 \left[ \hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}} \right] = \frac{N \Delta^2 \hat{J}_{\vec{n}}}{\left\langle \hat{J}_{\vec{p}_1} \right\rangle^2 + \left\langle \hat{J}_{\vec{p}_2} \right\rangle^2}$$

$$\begin{aligned}\vec{n} &= \sin(\theta) \sin(\phi) \vec{e}_x - \sin(\theta) \cos(\phi) \vec{e}_y + \cos(\theta) \vec{e}_z \\ \vec{p}_1 &= \cos(\phi) \vec{e}_x + \sin(\phi) \vec{e}_y \\ \vec{p}_2 &= -\cos(\theta) \sin(\phi) \vec{e}_x + \cos(\theta) \cos(\phi) \vec{e}_y + \sin(\theta) \vec{e}_z\end{aligned}$$

$$\xi^2 \left[ \hat{\rho}_{inp} \right] = \min_{\vec{n}} \xi_{\vec{n}}^2 \left[ \hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}} \right] \quad F_Q = \max_{\vec{n}} F_Q \left[ \hat{\rho}_{inp}, \hat{J}_{\vec{n}} \right]$$

# Síntesis

Estimación de Fase

Entrelazamiento

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N$	

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N$

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{in}] < 1$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{in}] < 1 \rightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{in}] < 1 \rightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{inp}] < 1$

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{in}] < 1 \rightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{inp}] < 1 \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$

# Síntesis

Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{in}] < 1 \rightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{inp}] < 1 \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$

# Síntesis

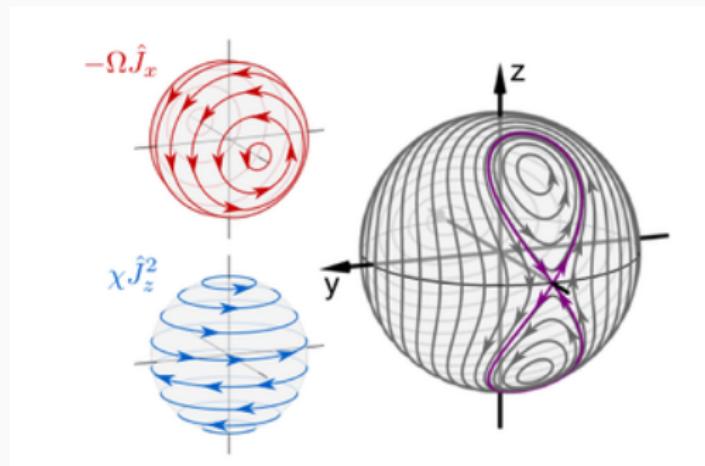
Estimación de Fase	Entrelazamiento
$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \leftrightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{in}] < 1 \rightarrow (\Delta\phi)_{best} < (\Delta\phi)_{SN}$	$F_Q[\hat{\rho}_{inp}] > N \rightarrow \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$ $\xi^2[\hat{\rho}_{inp}] < 1 \hat{\rho}_{inp} \neq \hat{\rho}_{sep}$

¿Existen estados cuánticos que sin ser comprimidos, puedan ser útiles en interferometría?

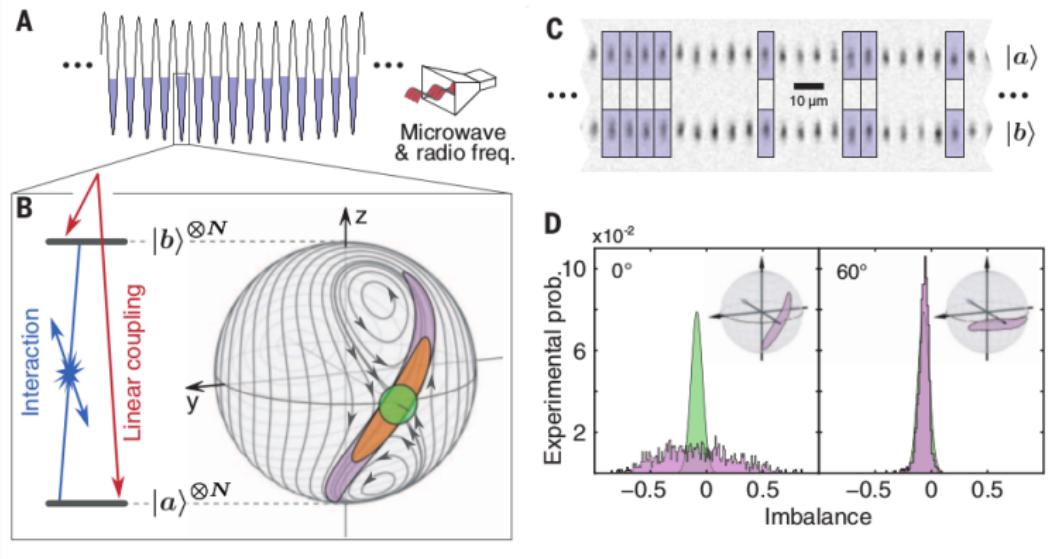
## El Experimento de Oberthaler.

---

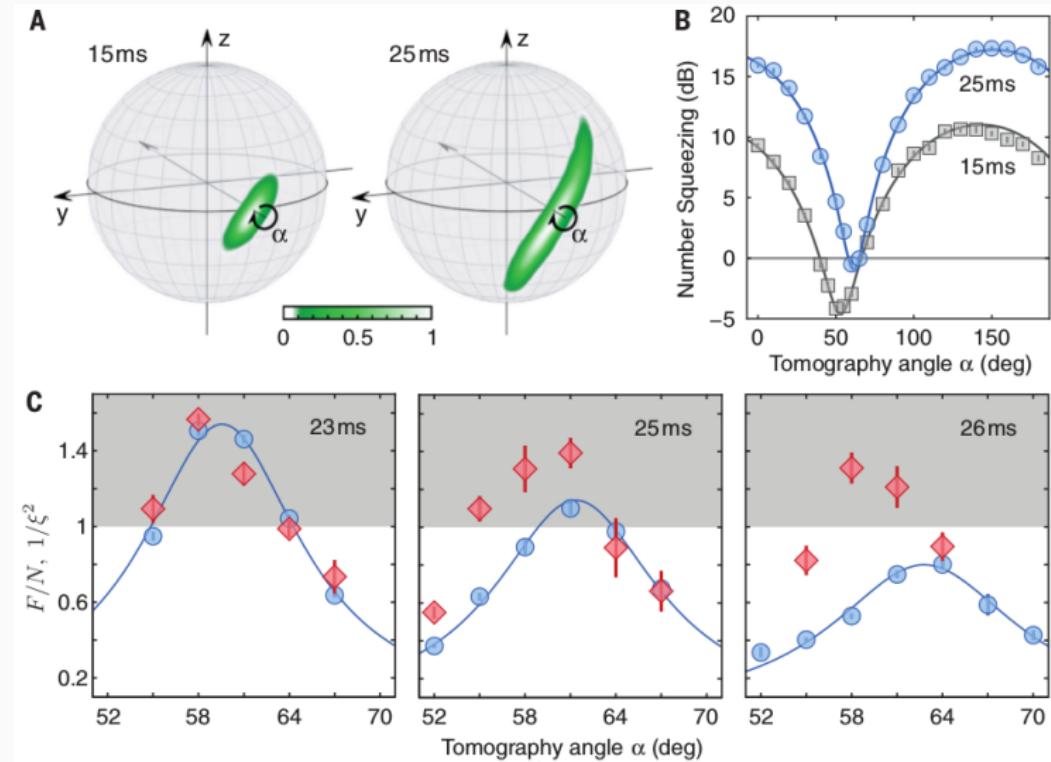
# Hamiltoniano de Interacción Atómica



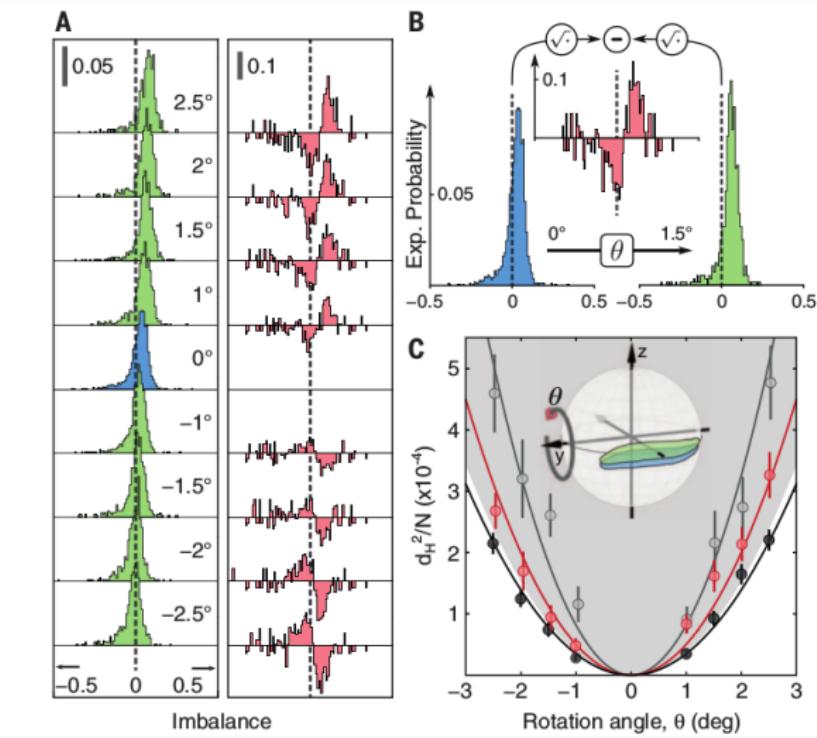
**Figura 5:** Figura esquemática que representa el Hamiltoniano en el interferómetro Mach - Zehnder. En rojo, la dinámica de Rabi, en azul, la de Spin-Squeezing. La esfera de Bloch muestra un punto inestable y dos puntos estables.



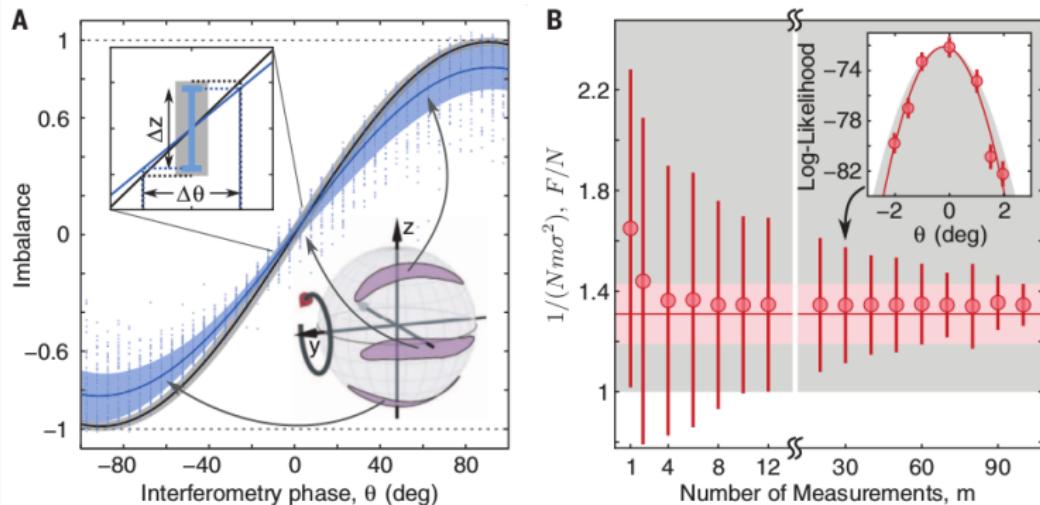
**Figura 6:** A. Arreglo de condensados de Bose-Einstein en una red óptica. B. Esfera de Bloch generalizada mostrando los estados relevantes de la evolución. C. Imagen de Absorción luego de una separación tipo Stern-Gerlach. D. Histogramas de *Imbalance* para dos estados comprimidos a diferentes ángulos de rotación finales, comparados con el correspondiente al estado coherente (verde).



**Figura 7:** Demostración de la obtención de un estado no comprimido, pero útil en interferometría luego de una evolución de 25 ms.



**Figura 8:** Obtención de la Información de Fisher a partir de la distancia de Heilinger  $d_H^2 = \frac{1}{2} \sum_z [P_z(\theta) - P_z(0)]^2$ , mediante la relación  $d_H^2(\theta) = (F/8)\theta^2 + \mathcal{O}(\theta^3)$ .



**Figura 9:** A. La obtención de la sensibilidad  $\Delta\theta$  deducida a partir de la propagación de error no muestra mejora más allá del SQL. B. Se realizó un estudio de análisis bayesiano. La varianza de  $\log(\mathcal{L})$  corresponde a la sensibilidad. La rápida convergencia al valor de  $F$  hallado por la distancia de Heilinger demuestra la coherencia entre los métodos.

# Los Estados No-Gaussianos.

---

## Ventajas de los estados no-Gaussianos.

---

# Ventajas de los estados no-Gaussianos.

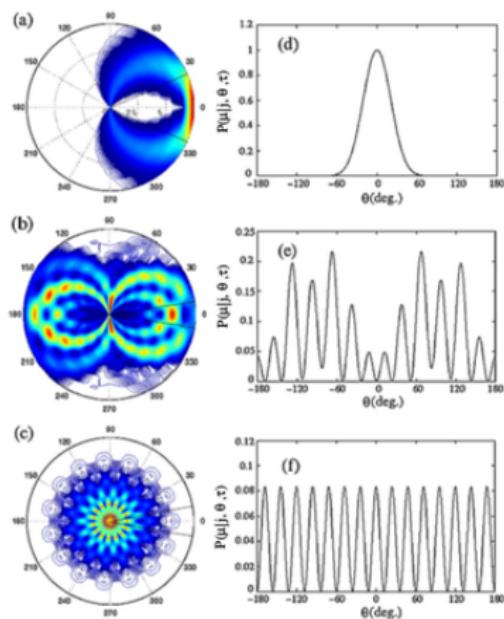


Figura 10: Distribuciones de  
 $P(\mu|j, \theta, \tau) = |\langle j, \mu | e^{-i\theta \hat{J}_Y} |\psi(\tau)\rangle|^2$ .

# Ventajas de los estados no-Gaussianos.

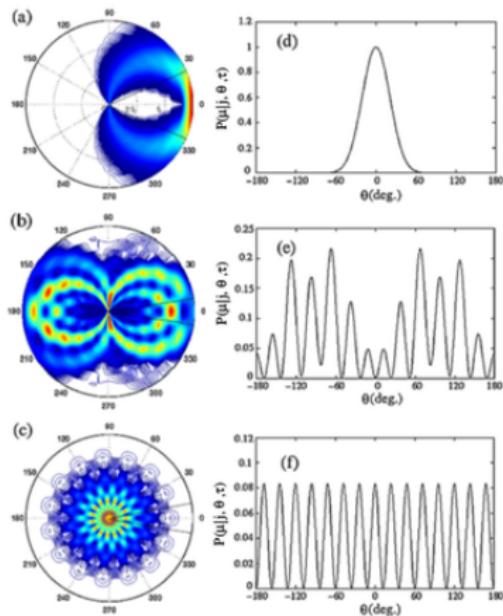


Figura 10: Distribuciones de  $P(\mu|j, \theta, \tau) = |\langle j, \mu | e^{-i\theta \hat{J}_y} |\psi(\tau)\rangle|^2$ .

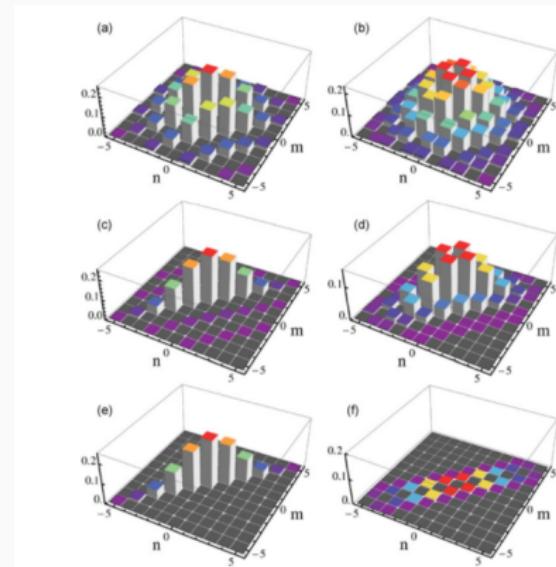


Figura 11: Elementos de matriz en la base de Fock mostrando que los estados son robustos en un *Dephasing Channel*.

# Ruido en la Información de Fisher.

---

# Ruido en la Información de Fisher.

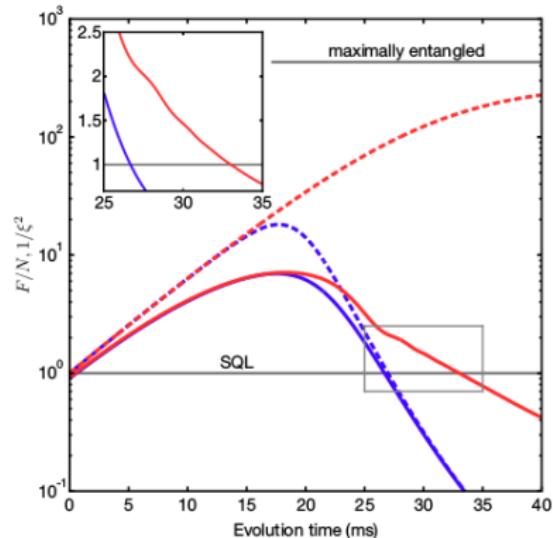


Figura 12: Parámetros  $F_Q$  y  $1/\xi^2$  en función del tiempo, mostrándose el efecto de Ruido en la detección.

# Ruido en la Información de Fisher.

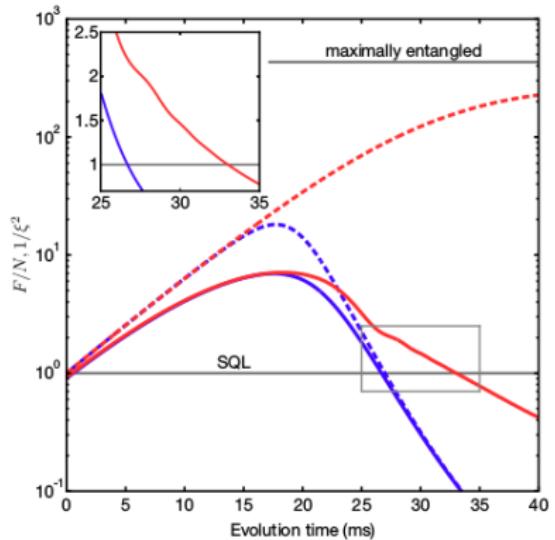


Figura 12: Parámetros  $F_Q$  y  $1/\xi^2$  en función del tiempo, mostrándose el efecto de Ruido en la detección.

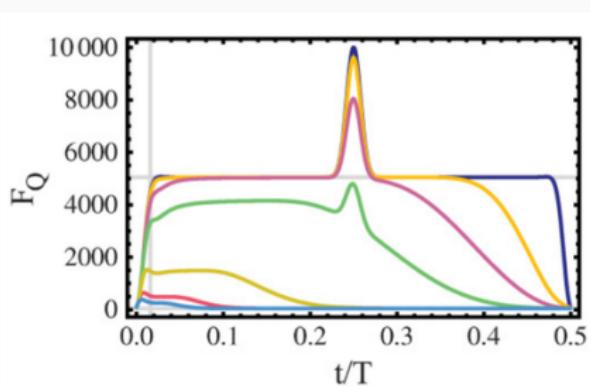


Figura 13: Información cuántica de Fisher sujeta a un *Dephasing Channel*.

# Referencias

-  Strobel, et al. Fisher Information and Entanglement of non-Gaussian spin states. Science vol 345. Junio de 2014.
-  Giovannetti et al. Quantum Metrology. Physical Review Letters. Enero de 2016.
-  Pezzé L. Smerzi A. Entanglement, Nonlinear Dynamics, and the Heisenberg Limit. Physical Review Letters. Marzo de 2009.
-  Ferrini et al. Effect of phase noise on quantum correlations in Bose-Josephson Junctions. Physical Review A 84, 043628 (2011).