

Modificando el Perfil Espacial de la Luz con SLM (Spatial Light Modulator)

Cesar D. Millan V.*

(Dated: Mayo 23 de 2017)

Resumen

En el presente artículo se describiera la forma de producir haces de luz con fases particulares por medio de un SLM (Spatial Light Modulator). La técnica usada es la holografía. Se presentan detalles del montaje experimental, en el que se generaron modos LG (Laguerre-Gauss) en diferentes órdenes. Los resultados experimentales se contrastan con simulados, confrontando teoría y experimentación. Se presentan haces por modulación arbitraria de fase.

I. INTRODUCCIÓN

Conocer el perfil de intensidad espacial de la luz permite entender la evolución de propagación de un haz en el espacio libre o en un medio¹. Es posible modificar la forma del haz de luz por la manipulación de su fase. La modificación de la fase se puede dar por difracción y refracción². Existen diferentes técnicas para modificar la fase, tales como la holografía³, el uso de placas en espiral (SPP)⁴ y la óptica difractiva⁵⁶. Los haces de luz con diferente forma presentan características particulares y han venido siendo estudiados por sus diversas aplicaciones. Entre las aplicaciones esta la creación de trampas ópticas para la manipulación de partículas⁷, información cuántica y comunicación^{8,9}, la optimización de elementos de uso en Astronomía¹⁰, la optimización de sensores como interferómetros detectores de ondas gravitacionales¹¹.

Por tal motivo se hace necesario establecer un método que permita generar haces con fase particulares. Los haces o modos Laguerre-Gauss son un buen ejemplo de haces con vorticidad en su fase. Generar haces que presentan en su fase una vorticidad se hace de particular interés pues estos trasportar momento angular¹². Una técnica que permite modificar de manera deseada la fase en una haz es la holografía, que básicamente consiste en que por medio de una imagen se reconstruye un haz. Un SLM (spatial light modulator) puede reproducir además de manera dinámica las imágenes holográficas. Un SLM es un dispositivo opto-eléctrico que consistente de una pantalla de cristal liquido (LC) con la capacidad de modificar la amplitud y la fase de un haz.

Este trabajo muestra la forma de generar y detectar perfiles espaciales de luz modificando unicamente la fase por medio holografía y usando un SLM. En particular se usó un haz Gaussiano producido por un láser al que se le modifica la fase, produciendo modos LG en ordenes azimutales y radiales, que se comparan con los simulados. Se producen modos espaciales de luz arbitrarios por modificación arbitraria de fase.

II. MARCO TEÓRICO

Cuando se realizar un análisis de la propagación de los haces de luz en sistemas ópticos donde se forman ángulos pequeños con el eje óptico, la ecuación de onda se puede

manipular por medio de una aproximación que se conoce como aproximación paraxial:

Cualquier onda electromagnética en su propagación, en particular para el espacio libre esta descrita por

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \tilde{E}(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

sí suponemos la propagación en dirección del eje z , entonces $\tilde{E}(x, y, z)$ puede escribirse como $\tilde{E}(x, y, z) = \tilde{u}(x, y, z) \exp(ikz - \omega t)$, y (1) resulta como

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z}\right) = 0 \quad (2)$$

La ecuación (2) se obtiene idénticamente si se considera $\tilde{E}(x, y, z)$ como $\tilde{E}(x, y, z) = \tilde{u}(x, y, z) \exp(ikz)$ (sin dependencia temporal) y se lleva a (3)

$$(\nabla^2 + k^2) \tilde{E}(x, y, z) = 0 \quad (3)$$

la ecuación de Helmholtz. Ahora como dependencia z de \tilde{E} se consideró principalmente en dirección de propagación y como la difracción en el espacio libre conduce al ensañamiento de el patrón trasversal, entonces en las variaciones en $\tilde{u}(x, y, z)$ respecto a z se puede considerar no significativas en un segundo orden, es decir que

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2}, 2ik \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z},$$

esta ultima consideración es la *aproximación paraxial* (ver figura1).

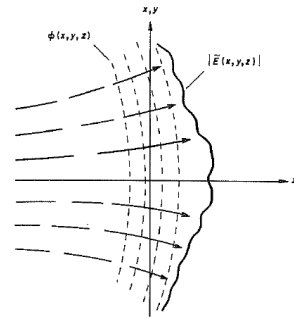


Figura 1: Aproximación paraxial. Tomadas de¹³.

Por tanto (2) con la aproximación paraxial es (4) la *ecuación de onda paraxial*

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + 2ik \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Haces Gaussinos

Una forma analítica de soluciones de la ecuación de onda paraxial (4) que describe los haces Gaussianos se inicia considerando un fuente puntual localizada en en $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$, y un punto de observación $P = (x, y, z)$ solicitando que la distancia $z - z_0 = R$ sea mayor comparado con las otras distancias (es decir mayor $(x - x_0)$ y $(y - y_0)$), esta es conocida como la solución \tilde{u} de para la onda esférica Gaussina, y se presenta como

$$\tilde{u} = \frac{1}{\tilde{q}(z)} \exp \left(-ik \frac{x^2 + y^2}{2R} + \frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right), \quad (5)$$

Donde es R el radio de curvatura, $w(z)$ el tamaño del haz y $\tilde{q}(z)$ relaciona los dos anteriores, por definición como $\frac{1}{\tilde{q}(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{w^2(z)}$ siendo λ su longitud de onda y la variación de esta como $\tilde{q}(z) = \tilde{q}_0 + z - z_0$. Según¹³ las leyes de propagación de un haz Gaussiano están contenidas en esa relación para $\tilde{q}(z)$.

Familia infinita de soluciones de orden superior

Conjuntos de soluciones exactas y además convenientes matemáticamente a (4) hacen uso de polinomios, como los de Hermite H_n y de Laguerre L_p^m . Estas soluciones son conocidas como: modos Hermite-Gauss, ecuación (6)

$$\tilde{u}_n(x, z) = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/4} \frac{\exp([i(2n+1)\psi(z)])}{2^n n! w(z)} \times H_n \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) \exp \left[ikz - \frac{ikx^2}{2R(z)} - \frac{x^2}{w^2(z)} \right] \quad (6)$$

que es una solución en *coordenadas cartesianas*.

Y modos Laguerre-Gauss, ecuación (7)

$$\tilde{u}_l^p(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2p!}{1 + \delta_{0l}}} \frac{\exp(i(2p+l+1)(\psi(z) - \psi_0))}{w(z)} \times \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right) L_p^l \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left[-\frac{ikr^2}{2R(z)} - il\theta \right] \quad (7)$$

que es una solución en *coordenadas cilíndricas*. Para las dos anteriores expresiones $w(z)$ es el radio del haz Gaussiano y $R(z)$ como se definió anteriormente, $\psi(z)$ es la fase de Guoy, $p \geq 0$ es el índice radial y l es el índice de modo azimutal. Las expresiones (6) y (7) como funciones forman un conjunto completo y normalizable, por tanto será posible expandir cualquier modo en un conjunto en términos de una suma de modos del otro conjunto y desde luego incluyen incluyendo (5), de esta manera justificando la conveniencia. Para nuestro interés y propósito revisamos los modos Laguerre-Gauss, pues debido a la geometría de la solución permite interpretar el comportamiento de la fase.

Modos Laguerre- Gauss

Un haz que lleva un vórtice óptico presenta frentes de fase helicoidales que se manifiestan en la forma del haz con un centro oscuro. Este centro debido a la imposibilidad de definir para esta forma una amplitud¹⁴. De esta manera en la ecuación (7) el término $\exp(il\theta)$ es interpretado como la rotación de la fase, y l es conocido como la *carga topológica* del haz, que se interpreta como el número entero de rotaciones que tiene el frente de fase (ver 2). Estas características las presenta de manera particular los haces modos Laguerre-Gauss.

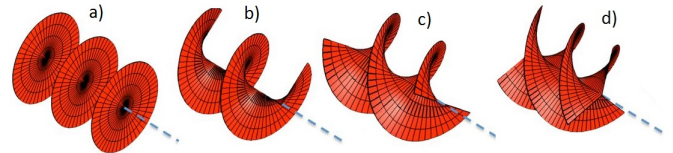


Figura 2: Rotación de la fase. Cada punto en la superficie se puede interpretar como un cresta de la onda, de tal manera que esta cresta se desplaza formando una hélice. Número rotaciones del frente de fase: Carga topológica a). $l = 0$ que resulta en el modo Gaussiano. b). $l = 1$, c). $l = 2$, d) $l = 3$ Tomada y modificada de¹⁴.

El índice radial como $p > 0$, genera anillos (“donas”), es decir discontinuidades circulares en un número $p + 1$.

Modulador Especial de Luz (SLM)

Un Modulador espacial de luz (spatial light modulator o SLM) es un dispositivo opto eléctrico que modifica en un haz de luz reflejado o transmitido la intensidad, la fase o el estado de polarización. Este dispositivo consiste en una pantalla de cristal líquido (liquid crystal display o LCD) donde se hace incidir un haz que en su reflexión o transmisión ha sido modificado. Que el haz se transmita o refleje depende del tipo de dispositivo. La pantalla es un

arreglo cuadrado de píxeles que se modifican por la aplicación de un campo eléctrico. Su uso está entre otros en creación de pinzas ópticas¹⁵, calibración y optimización de elementos ópticos¹⁶, incluso se propone como herramienta pedagógica para en la enseñanza, así como para la investigación¹⁷.

Funcionamiento de un SLM

La modificación de la fase o polarización de un haz de luz por un SLM se da por del comportamiento cristal líquido (LC) de su pantalla cuando se aplica un campo eléctrico. Un LC se puede definir como un estado mesomórfico (que es un estado intermedio entre el ordenamiento de orientación y posición entre los líquidos y sólidos) que poseen un ordenamiento en la orientación molecular de largo alcance y posiblemente un orden en la posición de las misma¹⁸. Los LC pueden clasificarse dependiendo cual es el fenómeno que hace aparecer su naturaleza. Los LC liotrópicos (el prefijo lio- proviene del del latín *lyo* que significa desleír) dependen de la concentración de un material en un disolvente y los termotrópicos dependerán que cierto material sólido sea sometidos a temperatura característica y de esta manera cambie sus propiedades. Dentro de la clasificación anterior se tiene una subclasificación que se denomina la fase del LC, estas se caracterizan por el ordenamiento de sus moléculas. (ver figura 3 y 4)

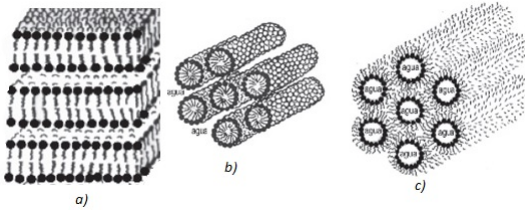


Figura 3: Fase de los CL Litrópicos a) Laminar. b) Hexagonal. c) Hexagonal Inversa. Tomada y modificada de¹⁹.

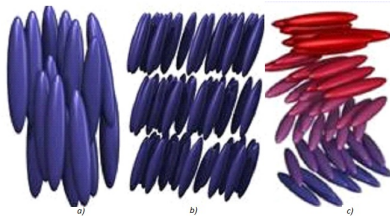


Figura 4: Fase de los CL Termotrópicos a) Nemática. b) Esmética. c) Quiral. Tomada y modificada de <http://empiricamentecerto.com/index/2017/03/08/cristales-liquidos-los-solidos-que-fluyen/>.

La mayoría de LC usados en fotónica son termotrópicos y especialmente en su fase nemática²⁰. La razón se debe a tres propiedades observadas, dos por Mauning en 1911:

- Las moléculas de LC se alinean cuando entran en contacto con una superficie de cristal.
- Cuando se ponen en contacto dos superficies de cristal que contienen alineaciones de LC y se rotan mecánicamente, la rotación del vector director de la molécula es suave y continua desde una superficie a la otra, este fenómeno es conocido como modo twisted (ver figura 5).

Y una tercera realizada Freedericksz hacia los años treinta donde se muestra que

- la orientación de las moléculas de LC puede ser manejada por la aplicación de una diferencia de potencial²⁰.

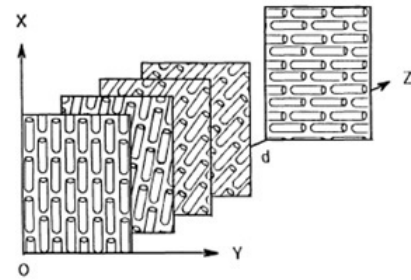


Figura 5: Modelo de la rotación en dos superficies de cristal (vidrio). Tomada y modificada de²¹.

En la referencia²¹ se encuentra un desarrollo teórico de la transmisión de la luz en un LC.

Modificación de polarización

Si se instalan un par de polarizadores en las superficies de cristal (vidrio) que sean paralelos al alineamiento de la molécula la luz viaja en esta dirección (del alineamiento de las moléculas), así se puede cambiar la dirección de polarización. Una aplicación de voltaje cambia la dirección de alineamiento y no permitirá que la luz pase a través del polarizador (ver figura 6).

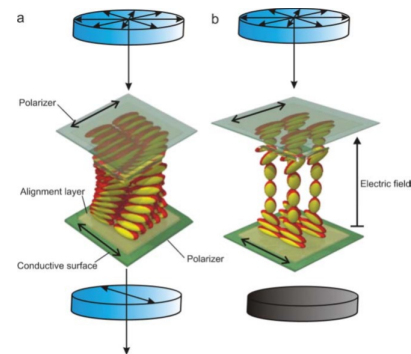


Figura 6: Principio de operación del CL Twisted-Nematic a) off-state. b) on-state. Tomada de²².

La aplicación de un campo eléctrico que rota las moléculas hace que el índice de refracción cambie (anisotropía manifiesta en birrefringencia), ya que este es diferente significativamente cuando las moléculas alineadas paralelamente al eje del haz que cuando están alineadas perpendicularmente al eje óptico, el frente de onda y por tanto la fase se ven modificados. La diferencia entre estos dos índices es típicamente de $\Delta n = 0,2^{23}$, sin embargo esta diferencia se puede llegar a encontrar en un intervalo $0,075 < \Delta n < 0,5^{20}$. (ver figura 7)

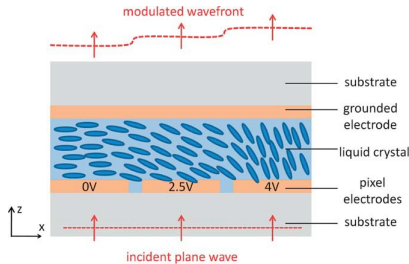


Figura 7: Frente de onda modulado de una onda polarizada en el eje x . Tomada de²⁰

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Supongamos dos haces, por ejemplo uno Gaussiano y el otro Laguerre-Gauss incidiendo en una superficie con un ángulo de $\beta \leq 10$ a grados respecto a la normal, en esta superficie se presentará un patrón de intensidad particular debido a la interferencia de los dos haces.

En otra circunstancia, se simula dicho patrón de intensidad de la interferencia y se le hace incidir un haz, por ejemplo Gaussiano, este en reflexión será el otro haz que generaría el patrón de intensidad, por ejemplo el Laguerre Gauss. Así pues el patrón simulado tiene la información de la fase relativa de los dos haces. La anterior es precisamente la técnica conocida como holografía³.

El patrón de interferencia simulado es ahora una imagen que contiene el patrón de interferencia entre los dos haces, así que puede entenderse como una rejilla que producirá difracción. Ya que la difracción en campo lejano define la estructura el objeto²⁴ entonces el haz reproducido de la rejilla por el haz incidente (para nuestro ejemplo el haz LG y el haz Gaussiano respectivamente) se observará con buena definición en sus órdenes de difracción.

Como ya se dijo los modos LG son uno de los mejores ejemplos de haces con fase particular, por tal y sin pérdida de generalidad se inicia con la generación de estos.

El esquema básico del montaje se presenta en la figura 8.

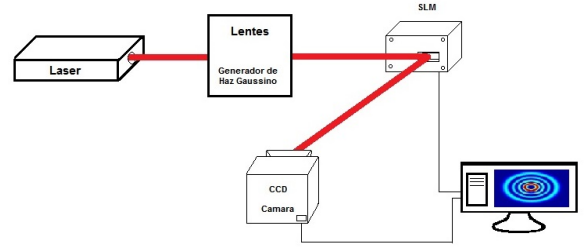


Figura 8: Esquema del montaje para la generación y detección de modos espaciales de luz por modificación de fase.

Montaje 1.

Para este primer montaje, el esquematizado en la figura 8 debió inicialmente ser adaptado para estar junto con otro el cual estaba haciendo uso del SLM. Se usó una fuente láser de 632nm de H-Ne (SC Láser de Thorlabs), dos espejos en plataforma fija y un tercero en una plataforma abatible, lentes: uno plano cóncavo de 500mm y un plano convexo de 75mm, computador, SLM (SDE 1024 de Cambridge Correlators) y una cámara CCD (Charge Coupled Device).

Para la optimización de espacio, la luz de la fuente láser se refleja en dos espejos. Se construyó un sistema telescópico Galileano con el par de lentes que cambia el ancho un haz haciéndolo mayor, de esta manera el haz llegó al SLM con un ancho de mayor dimensión a pantalla. El SLM fue conectado como segunda pantalla al computador. El computador generaba el patrón llevado a la segunda pantalla (ver figura 9).

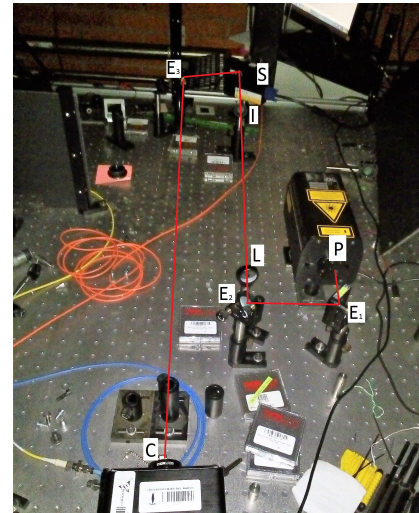


Figura 9: Montaje 1. que genera modos espaciales de luz por modificación de fase con poca definición e intensidad. P: Láser, E1, E2: Espejo plataforma fija, E3: Espejo plataforma abatible, L: Lente plano cóncavo, I: Iris, S: SLM, C: CCD. En esta figura la línea roja indica el camino del haz de luz láser.

Una vez establecido el montaje se dispuso una pantalla (placa trasversal donde incide la luz, por ejemplo la pared) a 1.6m (campo lejano). Sin embargo no se presentó cambio en el haz reflejado, esto se comprobó al activar y desactivar el SLM. La imagen que se presentaba en pantalla ubicada a la distancia se ve en la figura 10.

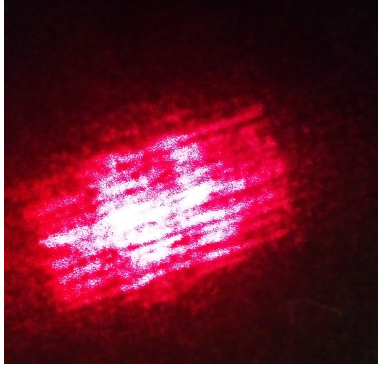


Figura 10: Perfil trasversal de haz reflejado que cubre la pantalla a una distancia de 1.6m del SLM. La imagen es la misma si el SLM esta o no esta activo.

Así, se hizo necesario revisar que se estaba proyectando en el SLM. Instalando un par de polarizadores, uno antes de que el haz llegue a la pantalla y otro después de la reflexión rotados uno respecto al otro con un ángulo de 90 grados, y con un lente plano convexo ubicado a su distancia focal del SLM es posible observar sobre una superficie que se esta presentando en la pantalla del SLM, La imagen que presentaba tenia movimiento vertical. Dicho movimiento se pudo eliminar cambiando la configuración de conexión al computador como *segunda pantalla a pantalla ampliada*, logrando una imagen estática. Pues en segunda pantalla la frecuencia de refresco del SLM no es suficiente para mostrar la pantalla estática y en este modo de conexión no es posible establecer una configuración de sincronización de frecuencias de refresco. La imagen estática presentada en pantalla del SLM se registro esta por medio de la cámara CCD. En la figura 11 se presenta la imagen proyectada en el SLM y la imagen que se presento como segunda pantalla desde el computador.

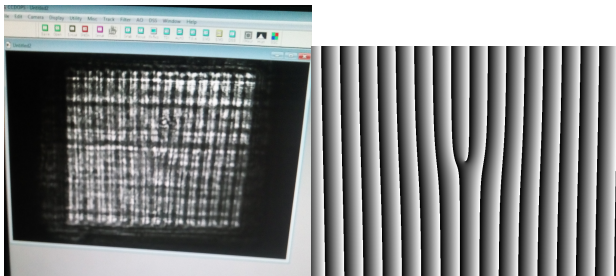


Figura 11: Izq. Imagen de pantalla LCD del SLM Der. Imagen que se envía como segunda pantalla desde el computador.

De esta manera ya se tenía certeza que se estaba proyectado. Sin embargo los patrones que genera esta rejilla de difracción no se presentaban. Así que se decidió que el haz tenía que incidir sobre una fracción de la pantalla; pues en el primer caso es una fracción del haz la que se estaba intentando modificar. Se uso un iris que modificara el tamaño del haz al tamaño de la pantalla, permitiendo que el haz incidente fuera completamente modificado. De esta forma se observó los patrones esperados en el primer orden de difracción a la distancia de 1.6m sobre una pantalla (pared). Sin embargo estos también eran visibles inclusive a 0.9m del SLM, lugar donde se instaló la cámara CCD.

Generación del patrón o rejilla de difracción

Como se menciona, la imagen a generar contiene el patrón de interferencia de los dos haces. Consideremos la intensidad I superposición de dos ondas $\Psi_1 = A_1 \exp[i\phi_1]$ y $\Psi_2 = A_2 \exp[i\phi_2]$, de tal manera que si $A_1 = A_2 = A$ la intensidad es

$$I = |\Psi_1 + \Psi_2|^2$$

$$I = 2A^2(1 + \cos(\Delta\phi))$$

donde $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. Así que la interferencia se da de manera constructiva para todos los valores $\Delta\phi = 2\pi n$

Para el caso, si consideramos que el haz incidente es Gaussiano y a una distancia se comporta como una onda plana que incide con un ángulo β sobre una superficie entonces $\phi_2 = L + \frac{2\pi}{\lambda}x \sin \beta + \frac{2\pi}{\lambda}z \cos \beta$, y un haz LG 7 con $\phi_2 = z + l\theta$ (ver figura 8a))

entonces

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}x \sin \beta + l\theta + \phi(L)$$

con $\phi(L) = \left(\frac{2\pi}{\lambda}z \cos \beta - z + L\right) = \text{constante}$. Así

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}x \sin \beta + l \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \phi(L) \quad (8)$$

La función ContourPlot en el programa Mathematica permite visualizar los puntos para los cuales cual se tiene interferencia constructiva (ver figura 12b) y c)).

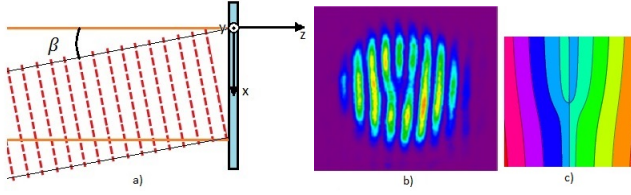


Figura 12: a) Esquema para la interpretación de la onda incidente en un plano transversal. b) Patrón de interferencia de un Haz Gaussiano y un haz LG con $l=1$, tomado de²⁵ c) Gráfica con la función ContourPlot que satisface a 8 para todos los valores de x , y y l igual a 2π .

Un programa en MATLAB para la generación de estas rejillas puede ser encontrado en <http://departments.colgate.edu/physics/research/optics/oamgp/ForkedDiffractionGrating.txt>.

Una vez obtenidas estas imágenes holográficas se pueden imprimir o llevar a un SLM.

Montaje 2.

Una vez disponible el SLM, se cambio el montaje con la finalidad de mejorar las imágenes.

Para el segundo montaje se eliminaron los espejos, para el adecuado tamaño del haz el sistema de lentes se mantuvo, con un cambio el lente plano convexo de 75mm por un lente plano convexo de 200mm. Se disminuyó el ángulo de incidencia del haz en la pantalla a aproximadamente 9 grados. El haz salía directamente (sin pasar por los espejos) garantizando mayor intensidad (ver figura 13). Este montaje es básicamente el planteado inicialmente en la fig.8. El montaje permitió observar inmediatamente patrones simétricos y mejor definidos. A una distancia de 90 cm se instalo la cámara CCD que registro los haces con fase modificada.

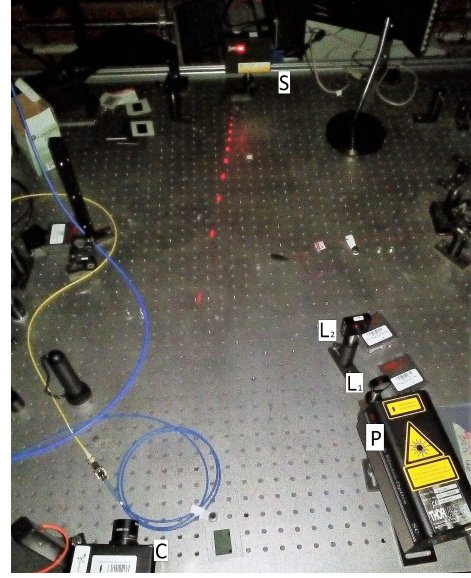


Figura 13: Montaje 2. que genera modos espaciales de luz por modificación de la fase. P: Láser, Sistema óptico Galileano: L₁:Lente plano cóncavo de 500mm y L₂: Lente plano convexo de 200mm, S: SLM, C: CCD.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se generaron modos LG con diferentes valores de l y p . Se observó que para el primer montaje los modos que se producen se presentan deformes y no definidos suficientemente. Donde apenas era observable un patrón circular (ver figura 14). Se pudo determinar que estas deformidades se presentaban por el ángulo de incidencia del haz a la pantalla del SLM. La poca definición se debía a que al ser expandido el haz solo una fracción de este llegaba al SLM, pues era recortado por el iris, además este último elemento se encontraba posiblemente muy cerca al SLM que no permite la interpretación de una onda plana.

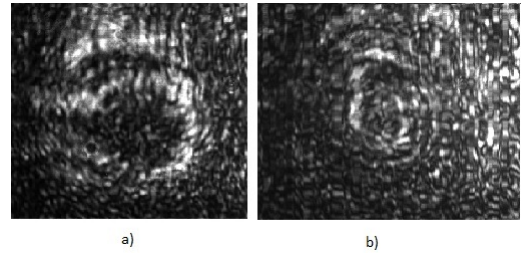


Figura 14: En montaje 1. a) Modo LG_0^5 . b) Modo LG_5^5 .

En el segundo montaje, los modos se presentaron con buena simetría y mejor definidos, lo anterior debido a la incidencia con un ángulo cercano a los 9 grados y del haz directamente a la pantalla del SLM. En las figuras 15, 16, 17 y 18 se presentan algunos modos que fueron simulados con Mathematica a través de la expresión (7)

y los registrados con la CCD, mostrando de esta manera un concordancia entre el aspecto teórico y experimental. Además un registro con cámara fotográfica, se indica el tamaño del modo,

Las rejillas de difracción generadas por MATLAB solo tienen la capacidad de producir modos LG para cualquier valor de l pero con $p = 0$. Sin embargo con la referencia²⁶ se tuvo una idea de como generar modos LG con $p \neq 0$ al manipular las imágenes de la rejilla con cualquier programa de edición de imágenes (como Inskape), produciendo un desfase entre círculos concéntricos.

Ya completo el ejercicio se pudo generar haces incluso con $l = 120$ y $p = 0$.

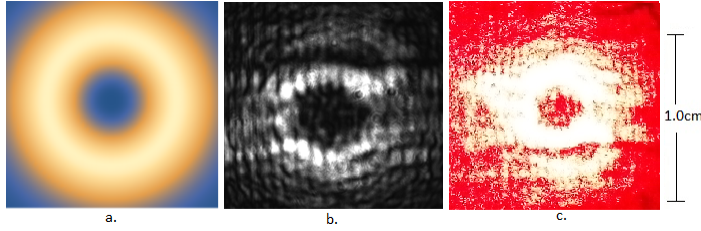


Figura 15: Modo LG_0^3 a) Simulado. b) Registrado con CCD. c) Registrado con cámara fotográfica.

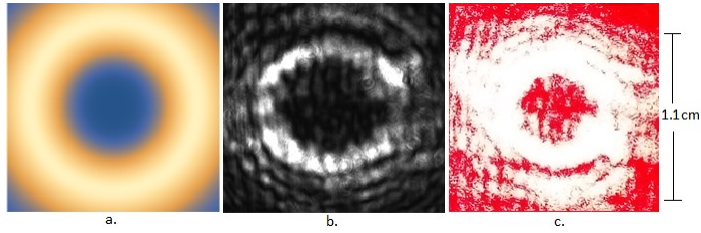


Figura 16: Modo LG_0^5 a) Simulado. b) Registrado con CCD. c) Registrado con cámara fotográfica.

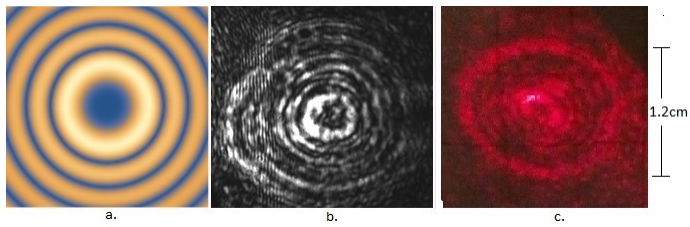


Figura 17: Modo LG_5^5 a) Simulado. b) Registrado con CCD. c) Registrado con cámara fotográfica.

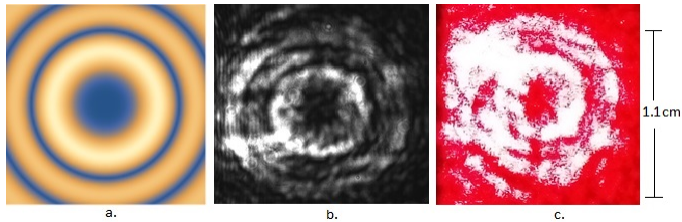


Figura 18: Modo LG_2^5 a) Simulado. b) Registrado con CCD. c) Registrado con cámara fotográfica.

la referencia²⁷ presenta la forma de generar modos de alta calidad LG de alto orden.

Por otro lado a fin manipular de manera arbitraria la fase de un haz se generaron modos con diferentes formas. Uno de estos modos arbitrarios se presenta en la figura 19.

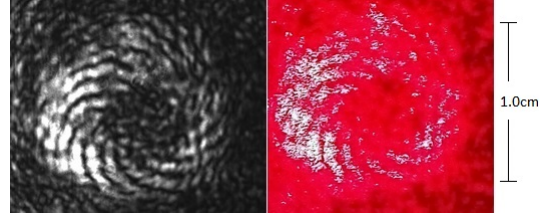


Figura 19: Manipulación de la fase de manera arbitraria.

V. CONCLUSIONES

Fue posible generar haces que presentan modulación en la fase como una vorticidad. Estos haces con vorticidad en la fase muestran una característica forma de "dona". Se presento un montaje experimental reproducible para la obtención de haces con fase modulada. Se generaron haces con modulación arbitraria de fase y en particular haces LG en diferentes ordenes de indice azimutal l y radial p . Estos haces podrán ser utilizados para la impresión de momento angular en partículas de sistemas de pinzas ópticas o para codificar información, estas entre las múltiples aplicaciones mencionadas en la introducción.

Agradecimientos

Al estudiante de física Juan Andrés Urrea porque siempre estuvo presto a colaborar en el desarrollo del montaje experimental. A la profesora Alejandra Valencia por la confianza brindada al permitirme desarrollar este trabajo y por las revisiones al mismo.

Referencias

-
- * Electronic address: cd.millan@uniandes.edu.com
- ¹ R. Tudor, M. Kusko, C. Kusko, F. Craciunoiu, A. Avram, and D. V. A. Dinescu, "Beam shaping for phase singularities," *ROMANIAN JOURNAL OF INFORMATION SCIENCE AND TECHNOLOGY*, vol. 17, no. 4, p. 389 to 404, 2014.
 - ² Hamamatsu, *OPTO-SEMICONDUCTOR HANDBOOK*. Hamamatsu, s.f, ch. 12. Phase spatial light modulator LCOS- SLM, pp. 1–14. [Online]. Available: https://www.hamamatsu.com/jp/en/hamamatsu/overview/bsd/solid_state_division/related_documents.html
 - ³ Z. J. Rohrbach, J. M. Soller, and M. J. Madsen, "Holography and optical vortices," *Wabash Journal of Physics*, vol. 3, no. 3, Mar. 2011.
 - ⁴ S. N. Khonina, A. P. Porfirev, and A. V. Ustinov, "Diffraction patterns with mth order symmetry generated by sectional spiral phase plates," *IOP Publishing*, vol. 17, no. 12, 2015.
 - ⁵ S. A. Kennedy, M. J. Szabo, H. Teslow, J. Z. Porterfield, and E. R. I. Abraham, "Creation of laguerre-gaussian laser modes using diffractive optics," *PHYSICAL REVIEW A*, vol. 6, no. 043801, Oct. 2002.
 - ⁶ A. Vijayakumar and S. Bhattacharya, "Compact generation of superposed higher-order bessel beams via composite diffractive optical elements," *Optical Engineering*, vol. 54, no. 11, Nov. 2015.
 - ⁷ A. Askin, "Acceleration and trapping of particles by radiation pressure," *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, vol. 24, no. 4, Jan. 1970.
 - ⁸ J. P. Torres, Y. Deyanova, L. Torner, and G. Molina-Terriza, "Preparation of engineered two-photon entangled states for multidimensional quantum information," *Phys. Rev. A*, 2003.
 - ⁹ A. Dudley, M. Lavery, M. Padgett, and A. Forbes, "Unraveling bessel beams," *OPTICS Y PHOTONICS NEWS*, vol. 24, no. 6, pp. 22–29, 2013.
 - ¹⁰ J. Bland-Hawthorn and P. Kern, "Molding the flow of light: photonics in astronomy," *Physics Today*, vol. 3, no. 65, pp. 31–37, 2012.
 - ¹¹ S. Chelkowski, S. Hild, and A. Freise, "Prospects of higher-order laguerre-gauss modes in future gravitational wave detectors," *PHYSICAL REVIEW D*, vol. 79, no. 12, Jun. 2009.
 - ¹² L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, "Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes," *PHYSICAL REVIEW A*, vol. 45, no. 11, Jun. 1992.
 - ¹³ A. Siegman, *Lasers*, A. Kelly, Ed. University Science Books, 1986.
 - ¹⁴ M. Padgett, "Light's twist," *Proc. R. Soc. A*, vol. 470, no. 2172, Oct. 2014.
 - ¹⁵ M. I. Á. Castaño, "Implementación de pinzas ópticas holográficas para manipulación de microistemas," Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia Sede Medellin, 2012.
 - ¹⁶ M. Dienerowitz, G. Gibson, R. Bowman, and M. Padgett, "Holographic aberration correction: optimising the stiffness of an optical trap deep in the sample," *Optical Society of America*, vol. 19, no. 24, Nov. 2011.
 - ¹⁷ D. Huang, H. T. A. Roberts, N. Shivaram, and A. S. Sandhu, "A low-cost spatial light modulator for use in undergraduate and graduate optics labs," *American Association of Physics Teachers*, vol. 80, no. 3, pp. 211–215, Mar. 2012.
 - ¹⁸ R. C. Pasquali, C. Bregni, and R. Serrao, "Características e identificación de los cristales líquidos liotrópicos," *Revista Mexicana de Ciencias Farmacéuticas*, vol. 37, no. 2, pp. 38–53, Apr. 2006.
 - ¹⁹ I. O. Serrano, "Simulación de dispositivos ópticos de cristal líquido. análisis de la propagación lateral en el régimen lineal y en el no lineal." Ph.D. dissertation, Universidad Politecnica de Valencia. ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES. Departamento de Matemática Aplicada, s.f.
 - ²⁰ J. Beeckman, K. Neyts, and V. Pieter J. M., "Liquid-crystal photonic applications," *Optical Engineering*, vol. 50, no. 8, pp. 081 202–1 to 081 202–17, Aug. 2011.
 - ²¹ K. Lu and B. E. Saleh, "Theory and design of the liquid crystal tv as an optical spatial phase modulator," *OPTICAL ENGINEERING*, vol. 29, no. 3, pp. 240–246, Mar. 1990.
 - ²² A. E. R. Johan Hoogboom, Theo Rasing and R. J. M. Nolte, "Lcd alignment layers. controlling nematic domain properties," *Journal of Materials Chemistry*, vol. 16, pp. 1305–1314, 2006.
 - ²³ B. P. R. Barbier and G. Model, "Spatial light modulators: Processing light in real time," *Optics & Photonics News*, pp. 17–21, March 1997.
 - ²⁴ A. G. Peele, K. A. Nugent, and A. P. Mancuso, "X-ray phase vortices: theory and experiment," *Opt. Soc. Am. A*, vol. 21, no. 8, pp. 1575–1584, Mar. 2004.
 - ²⁵ E. J. Galvez, "Gaussian beams," department of Physics and Astronomy Colgate University. [Online]. Available: <http://www.colgate.edu/portaldata/imagegallerywww/98c178dc-7e5b-4a04-b0a1-a73abf7f13d5/imagegallery/gaussian-beams.pdf>
 - ²⁶ J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett, "The production of multiringed laguerre-gaussian modes by computer-generated holograms," *JOURNAL OF MODERN OPTICS*, vol. 45, no. 6, pp. 1231–1237, 1998.
 - ²⁷ N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi, and T. Hara, "Generation of high-quality higher-order laguerre-gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators," *Optical Society of America*, vol. 35, no. 7, pp. 1642–1651, 2008.
 - ²⁸ E. Hecht, *Optics*. Pearson, 2012.