

Visualización de la Difracción de Fraunhofer como transformada de Fourier de la Rendija Utilizada

Alfredo Ricci
Juan Andrés Urrea

Resumen

En este experimento se buscó principalmente la implementación del montaje básico de difracción de láser para obtener fotos de los distintos patrones que corresponden a diferentes configuraciones de rendijas utilizadas. Utilizando la configuración geométrica de distancias requerida para generar la difracción de Fraunhofer, explicada más adelante en este informe, se utilizó procesamiento de imágenes en Python para determinar la separación entre máximos, medida en píxeles, para luego realizar una equivalencia pixel-metro haciendo uso de una regla como herramienta de calibración. El resultado de esto fue una relación $1mm = 41.09 \text{ píxeles}$, al igual que la separación entre máximos del espectro de intensidades obtenido experimentalmente presentó únicamente un error porcentual del 16.2% a comparación con el espectro teórico dado por las simulaciones, lo que evidencia el éxito del experimento con respecto a sus objetivos.

1 Introducción

La transformada de Fourier, nombrada e ideada por Jean-Baptiste Joseph Fourier, es una herramienta matemática que permite determinar el espectro de frecuencias que componen una señal o función en específico, teniendo este operador diversas definiciones dependiendo del tipo de función analizada. La atención dada en este trabajo a esta herramienta radica en que, a pesar de ser utilizada ampliamente en la física, siempre mantiene su carácter matemático abstracto, a diferencia de fenómenos que, a pesar de ser explicados matemáticamente, pueden ser visualizados por medio de un experimento real.(2)

El fenómeno de difracción de Fraunhofer (2) ofrece una alternativa a este aparente problema de visualización, puesto que esta integral, derivada gracias a las condiciones geométricas mostradas en la figura 1, que describe el patrón de interferencia resultante de una rendija genérica sobre una pantalla, tiene la misma forma que la transformada de Fourier bidimensional(1), donde η y ζ representarían las coordenadas de posición bidimensional sobre la rendija utilizada.

$$F(\omega, \Omega) = \int \int_C f(t, T) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (t\omega + T\Omega)} dT dt \quad (1)$$

$$U(p, q) = \int \int_C G(\eta, \zeta) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} (p\zeta + q\eta)} d\zeta d\eta \quad (2)$$

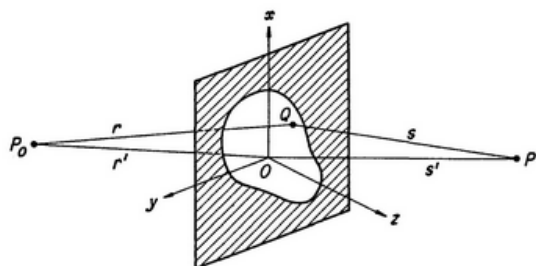


Figure 1: Geometría teórica de la difracción de Fraunhofer

Según este razonamiento, el patrón observado en la pantalla luego de la difracción de Fraunhofer debería corresponder a la transformada de Fourier de la rendija utilizada, representada por la función bidimensional $G(\eta, \zeta)$. Esto permite entonces entender al operador transformada de Fourier como algo más que una herramienta puramente matemática, viene a ser entonces también un fenómeno físico observable.(1)

2 Montaje Experimental

Para este experimento, se hizo uso del montaje clásico para la observación de patrones de difracción, compuesto por un riel que sostenga los diferentes elementos alineados, un láser rojo de 633nm, una pared blanca como pantalla y diversas rendijas disponibles en el laboratorio. Entre estas, se utilizó una rendija rectangular de apertura variable, a la cual se le colocó cinta negra aislante para formar la rendija cuadrada. El montaje se construyó a partir de los requerimientos dados para la difracción de Fraunhofer, siendo necesario que la distancia entre pantalla y rendija sea igual a la distancia entre rendija y fuente. La geometría teórica a partir de la cual surge la difracción de Fraunhofer se muestra en la figura 1.

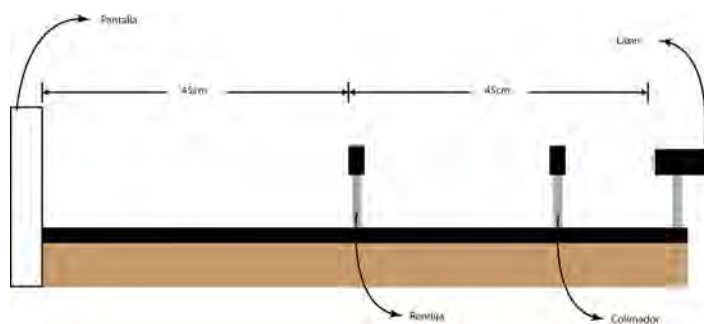


Figure 2: Montaje utilizado

Se puede observar entonces el posicionamiento a igual

distancia entre la pared y la rendija como entre la rendija y el láser, siendo esta de 45cm, condiciones para que se de el fenómeno de difracción deseado.

3 Recopilación y Análisis de Datos

Una vez se encuentra montado el riel con los distintos elementos, se posicionó la rendija cuadrada construida entre el láser y la pared. Una vez el patrón de difracción se encontraba visible en la pared, se procedió a tomar su foto, ocupándose de hacerlo de la manera más frontal posible. Se obtiene entonces la figura 3. En la figura 3 se puede observar, primero, la foto tomada al patrón obtenido. Haciendo uso de Ipython Notebook, se realiza un zoom que permita ver claramente la zona de interés. Dado que la imagen es importada como una matriz de vectores RGB, se utiliza un factor de conversión normalizado a escala de grises, lo que se observa en la división (c). Esta conversión se hace con el propósito de poder graficar los datos de esta matriz como valores de intensidad. Dado que el dato de interés es la separación entre máximos, el valor de gris entre 0 y 1 no importa realmente. Una vez se tiene esta nueva matriz de valores para el patrón de difracción bidimensional, se procede entonces a realizar cortes transversales a lo largo de las filas y columnas que contienen el patrón principal, para poder observar dichos picos y valles esperados y determinar las distancias entre máximos con precisión con varios cortes, pudiéndose ver en la figura 4. Es posible ver también el resultado de graficar tridimensionalmente estas intensidades, a manera de visualizar todos los cortes posibles superpuestos en la 5, ambas en el anexo de gráficas.

Para distintas filas y columnas que contienen el patrón de difracción principal, se obtuvieron los siguientes valores, en pixeles, para la separación entre máximos. Cabe notar que, debido a la presencia de saturación, el máximo central no se tiene en cuenta para este análisis, pues su posición permanece incierta. Se muestran a continuación entonces algunos de los valores encontrados.

Sep. F.430 (Pix)	Sep. F. 450 (Pix)	Sep. F. 470 (Pix)
46	38	27
42	42	44
42	36	38
29	44	48
37	34	31
40	39	39
32	40	36
34	33	35
32	35	37
34	33	26
38	36	–
28	35	–
30	34	–
39	–	–
35.93	36.85	36.1

Table 1: Separación entre máximos sucesivos para varias Filas (– significa la imposibilidad de distinguir entre dos máximos sucesivos)(Promedios en Rojo)

Sep. C. 360 (Pix)	Sep. C. 390 (Pix)	Sep. C. 380 (Pix)
52	47	44
48	49	57
43	48	43
50	55	46
60	30	44
39	62	45
48	–	51
45	–	33
42	–	–
47.44	48.5	35.375

Table 2: Separación entre máximos sucesivos para varias Columnas (– significa la imposibilidad de distinguir entre dos máximos sucesivos)(Promedios en Rojo)

Utilizando estos promedios y los demás hallados en el análisis en el notebook, se construye un promedio total, que pasará a representar la separación, medida en pixeles, entre máximos. Este valor corresponde a **41.9** pixeles. Conociendo este valor, resulta ahora necesario encontrar la equivalencia pixel-distancia en la calibración. Para hacer esto, se utiliza la configuración mostrada en la figura 6. A pesar de que la foto no provee una equivalencia directa, es posible aproximar la separación visible entre dos máximos al valor de 1mm. Con este valor, se puede entonces establecer la equivalencia buscada de **1mm = 41.9 pixeles**.

4 Comparación Con Simulaciones

Para corroborar la exactitud del análisis y resultados obtenidos, se procedió a utilizar las simulaciones construidas correspondientes a la rendija aproximadamente cuadrada utilizada, de $0.5 \pm 0.05mm$ de ancho y $0.65 \pm 0.05mm$ de

alto en dimensiones. Utilizando de nuevo el notebook de Python, se realizó la siguiente simulación, obteniendo como resultado una imagen de la matriz que representa la rendija y de su transformada de Fourier bidimensional, pudiéndose observar en la figura 7.

Se resalta el valor del logaritmo en cada pixel para poder visualizar mejor el espectro completo. Aunque se está cambiando la amplitud de intensidad con respecto al espectro original, la distancia entre máximos sigue siendo la misma. Este propósito se ve mejor justificado cuando se observan las figuras 8 y 9, donde los diferentes picos presentes se observan de manera más sencilla con el logaritmo resaltado, debido a la proporción entre el pico máximo y los demás.

Para realizar la comparación de valores obtenidos, se toma entonces el valor obtenido de separación entre máximos experimentalmente, 41.9 pixeles, y se compara con el valor de separación entre máximos de los datos simulados, el cual se determina también utilizando Python, teniendo un valor de 50 pixeles. Con esto se obtuvo entonces un error porcentual del 16.2%. Esta comparación se puede observar de manera más gráfica en la figura 10, donde se grafican los cortes transversales teórico y experimental. Las intensidades, como fue explicado anteriormente, pueden variar. Sin embargo, la separación entre máximos distinguibles permanece bastante similar. El corrimiento del máximo central de los datos experimentales con respecto a los teóricos es debido al factor de inclinación de la foto al momento de tomarse, como fue mencionado anteriormente, más permanece sin afectar más allá que la estética de la gráfica.

5 Conclusiones

A partir de todo el procedimiento realizado a lo largo de este experimento es posible concluir lo siguiente:

- Sabiendo por la teoría la simetría que debería existir entre las intensidades de cortes horizontal y vertical para el caso de la rendija cuadrada, la aparente falta de dicha simetría en los resultados obtenidos, figura 4, se puede explicar al identificar el hecho de que la foto se tomó con una cierta inclinación con respecto a la pantalla donde se proyectaba el patrón, lo que hace que los cortes rectos tomen segmentos diagonales del patrón estudiado, afectando la simetría esperada
- En adición al item anterior, también cabe notar que la rendija cuadrada construída no resultó ser perfectamente cuadrada, debido a su construcción manual.

7 Anexo de Gráficas

En esta sección se encuentran todas las figuras y gráficas referenciadas en el presente documento.

Esto conllevó también a los posibles errores encontrados durante el análisis.

- La utilización de Python como herramienta para el procesamiento de las imágenes que contienen los datos experimentales permitió determinar las distancias presentes entre los máximos de varios cortes transversales, lo que construyó una mayor precisión en los resultados obtenidos.
- Con respecto al montaje experimental realizado, tanto el ajuste del láser para ser difractado correctamente por la rendija como la toma de fotos de los patrones observados presentaron varias dificultades para su realización. Notablemente, cualquier movimiento leve de algún elemento del montaje puede repercutir gravemente en el resultado obtenido, por lo que también fue imposible tomar una foto directamente encima del patrón de difracción, pues se corría el riesgo de mover el montaje e incluso tapar el haz rojo.
- El error porcentual obtenido, correspondiente a aproximadamente 16.2%, refleja tanto la repercusión de las causas de error manifestadas y explicadas a lo largo de este documento, más también refleja el grado de éxito que se logró, pues se puede llegar a afirmar que los resultados de difracción observados coinciden de manera bastante aproximada a la transformada de Fourier de la rendija utilizada, predicha por la simulación. De esta manera, el objetivo de presentar la transformada de Fourier como un fenómeno observable se logró completar parcialmente.
- Para futuras consideraciones, si se corrigen los errores principales en la toma de fotos, se podría llegar a reducir el error obtenido, permitiendo obtener mayor certeza demostrativa de la aplicación de la transformada de Fourier.

6 Bibliografía y Material Utilizado

1. **Principles of Optics** Born, M. Wolf, E. Fourth Edition. 1970.
2. Weisstein, Eric W. "Fourier Transform." From MathWorld—A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/FourierTransform.html>
3. **IPython Notebook** Ambiente de programación científica para Python.

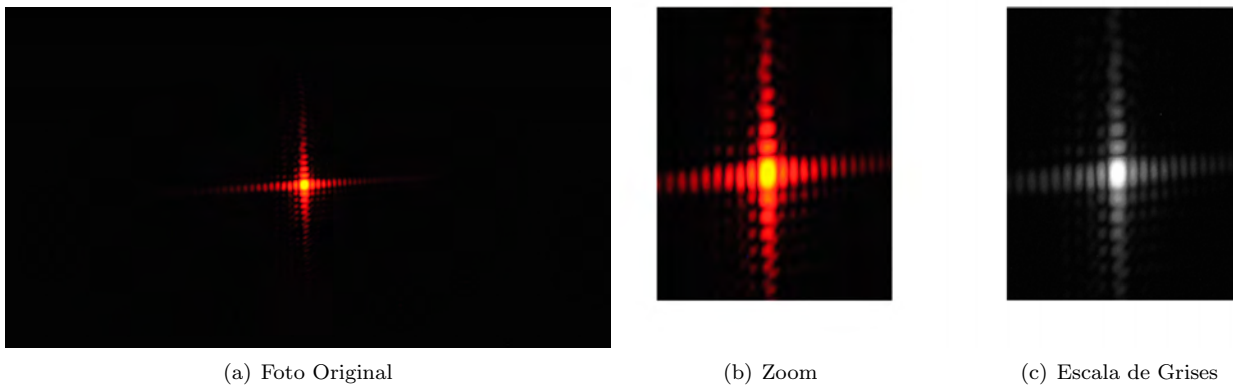


Figure 3: Difracción de Rendija Cuadrada

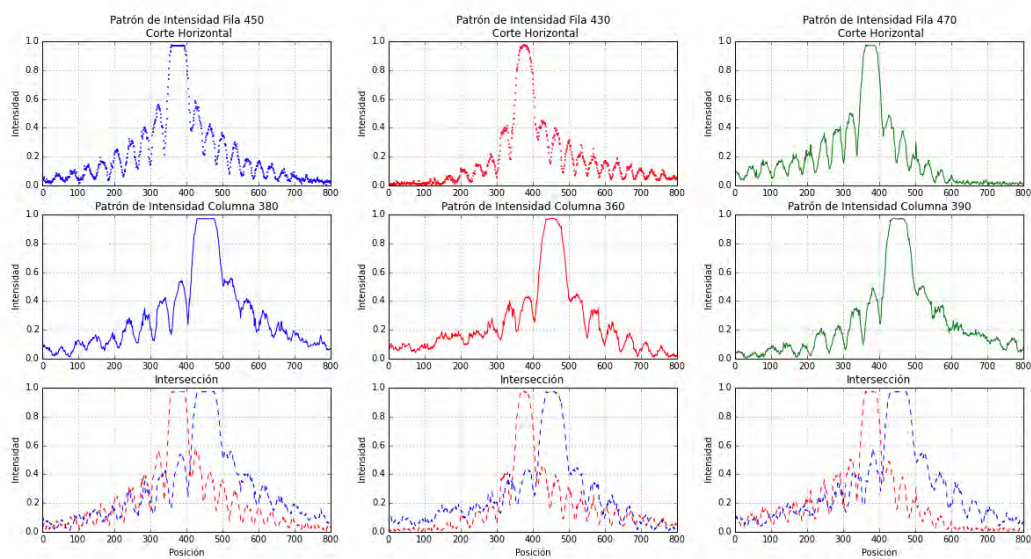


Figure 4: Valores de Intensidad para diferentes cortes transversales

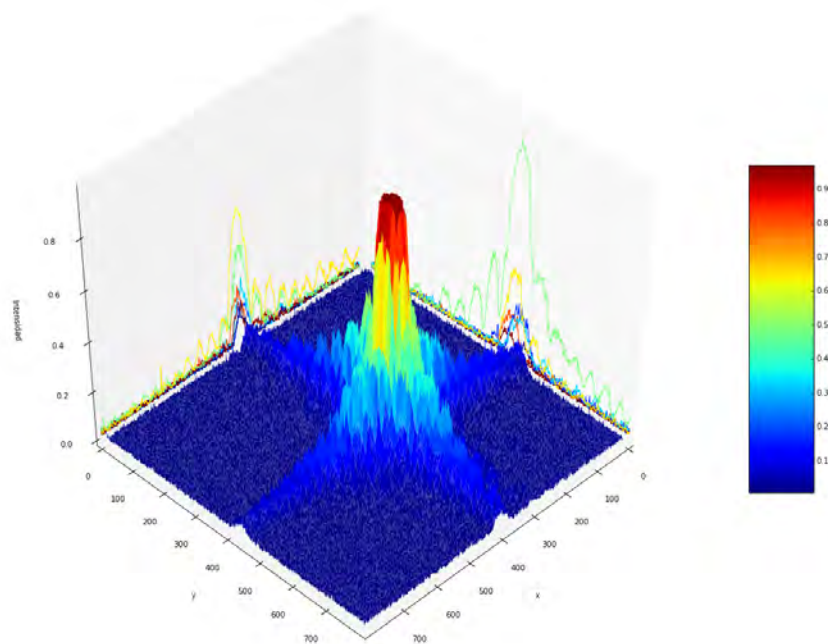


Figure 5: Visualización 3D del espectro en intensidad para la rendija cuadrada. Superficies de contorno incluidas para mejor visibilidad.



Figure 6: Calibración manual utilizando una regla sobre el patrón de difracción.

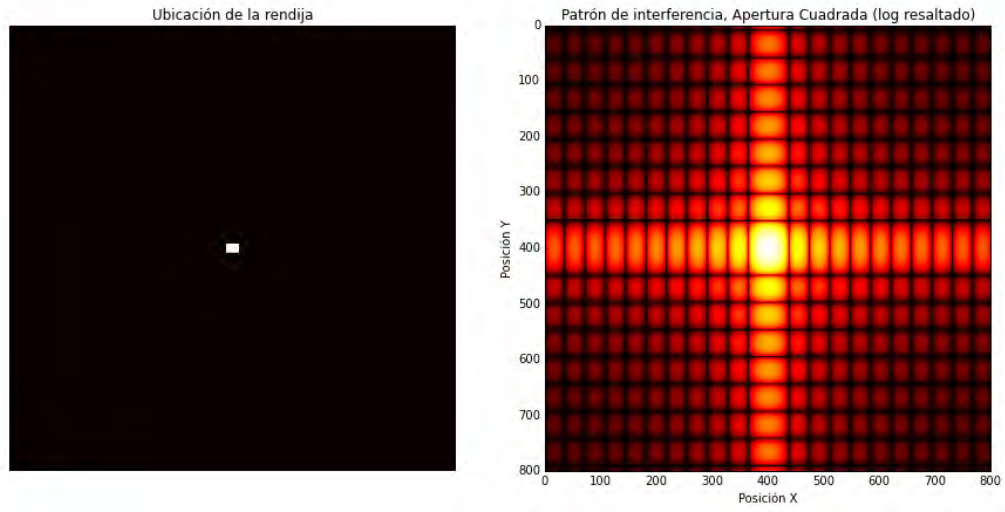


Figure 7: Simulación de la rendija cuadrada y su transformada de Fourier. La posición viene medida en Pixeles.

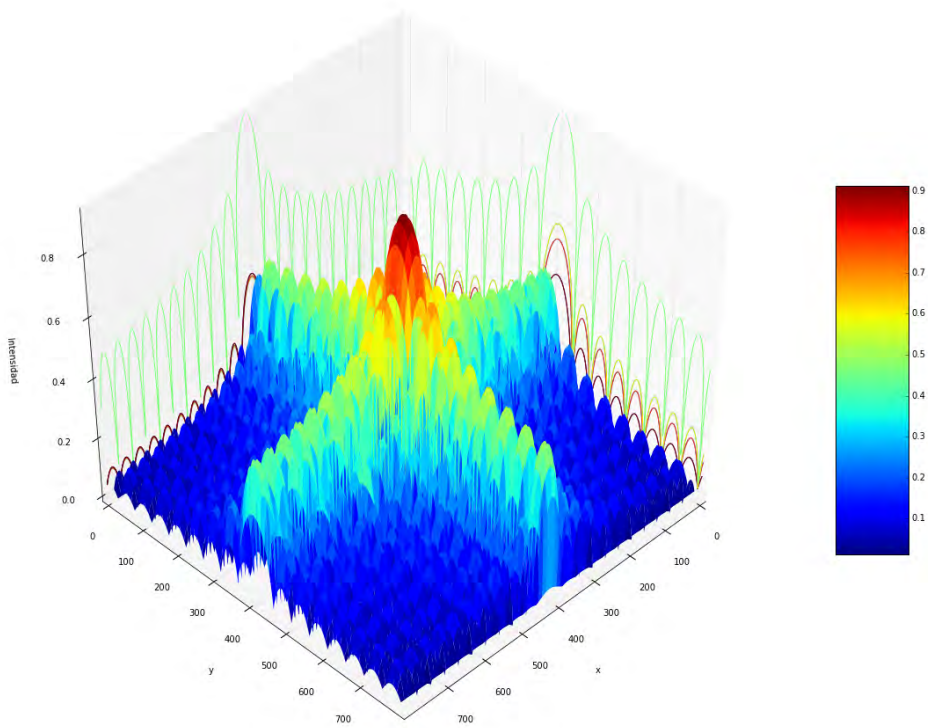


Figure 8: Visualización 3D de la Intensidad en Logaritmo de la Simulación

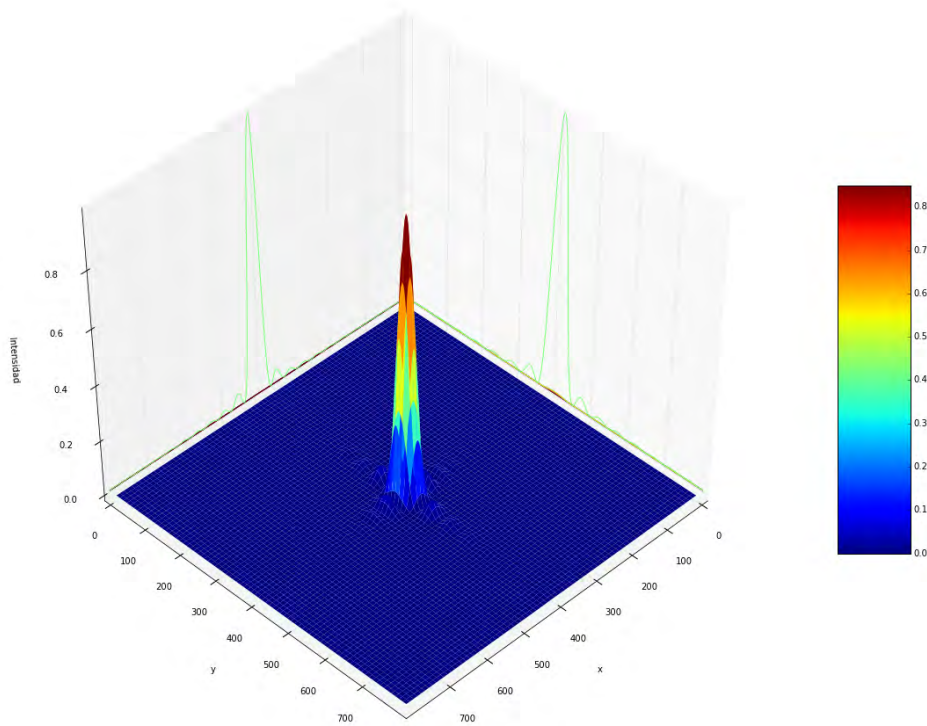


Figure 9: Visualización 3D de la Intensidad de la Simulación

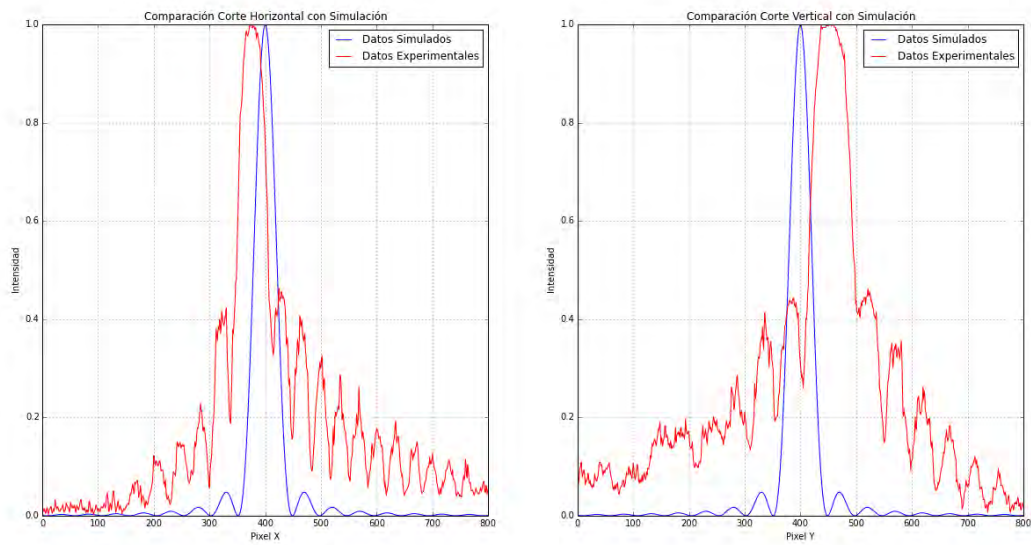


Figure 10: Comparación de Intensidades de datos experimentales y simulaciones