

Comparación de dos esquemas de estabilización de la frecuencia de un láser mediante espectroscopia de átomo de Cesio.

GABRIEL DAVID JIMÉNEZ¹ Y MAYERLIN NUÑEZ¹

¹Grupo de Óptica Cuántica, Universidad de los Andes, Bogotá Colombia.

Abstract: Los láseres estabilizados en frecuencias son una herramienta utilizada en tanto la industria como la academia por sus diversas aplicaciones. En este proyecto se buscó comparar dos esquemas de estabilización por medio de espectroscopia de átomos de Cesio. Los dos modelos utilizados fueron espectroscopia de absorción saturada y espectroscopia de polarización. Para poder comparar ambos modelos se estabilizó la frecuencia del láser y se analizó su estabilidad mediante una estadística llamada *Allan Variance*. Esto dio como resultado, que la estabilidad en frecuencia producida por espectroscopia de polarización estaba muy cercada al valor esperado de frecuencia, exacta, y sus oscilaciones no eran tan grandes, precisa que la otra técnica. Llegando a una precisión de 10 MHz debido a que es la mínima incertidumbre que se puede tener con el aparato de medición.

1. Introducción

Los láseres estabilizados en frecuencia son un herramienta muy importante para aplicaciones como experimentos de óptica cuántica, metrología, átomos fríos y detección de campos magnéticos débiles [1]. En óptica cuántica experimental, el uso de láseres estables en frecuencia es fundamental debido a que usualmente la frecuencia del láser debe estar muy bien definida para que suceda el fenómeno que se quiere estudiar. En metrología es necesario estos láseres estabilizados en frecuencia para definir patrones de interés como el metro y el segundo [2]. Por otro lado, en los experimentos de átomos fríos se busca usar rayos de luz con una frecuencia bien definida para controlar la energía cinética de los átomos [3]. Por último, los láseres estables en frecuencia pueden ser utilizados para detectar campos magnéticos débiles y realizar investigación submarina [4, 5].

Debido a lo anterior, en este proyecto se buscó estabilizar la frecuencia de un láser. Para este proceso se utilizó un diodo láser debido a su facilidad para controlar la frecuencia y versatilidad que tiene en comparación a otros en el mercado [6]. El método de estabilización que se utilizara es el *Pound–Drever–Hall technique* [7]. Este método consiste en utilizar un fuente de luz coherente, la luz láser, cuya frecuencia es fácil de medir experimentalmente. Después, un sistema óptico en el cual se puede comparar la frecuencia del láser con un referencia, en este caso espectroscopia atómica y obtener una señal de error. Con esta señal, se utiliza un sistema control. En este caso un PID (Proportional, Integral and Derivative), que le devuelve la corriente necesaria al diodo para mantener la frecuencia del láser en la referencia deseada.

Una vez conocido el sistema de estabilización, se debe hablar sobre la muestra atómica con la cual se hará espectroscopia. En este caso se utilizan átomos de Cesio debido a su amplio estudio por la comunidad científica y su importancia en la metrología [8, 9]. El importante uso en la metrología de este elemento se debe a que con él se pudo definir el segundo con una de las transiciones hiperfinas que este tiene [10]. En este caso, la transición que se utilizará será la D2 la cual se puede observar en la Fig. 1.

Las técnicas que se compararan serán: espectroscopia de absorción saturada y espectroscopia

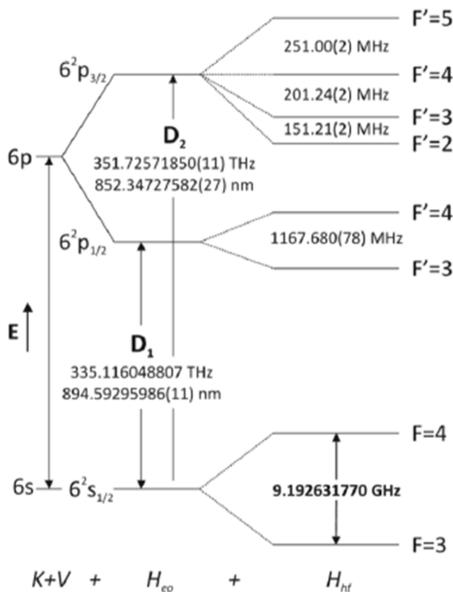


Fig. 1. Niveles de energía de el átomo de Cesio. Se observa dos grandes transiciones la D1 y D2. La transición que se usara es la D2 en específico la $F4 \rightarrow F5$. Sacado de [11] y de [9]

de polarización. Ambas técnicas solucionan el problema de ensanchamiento *Doppler* que genera el movimiento de los átomos. Este movimiento hace que los átomos no vean siempre la misma frecuencia, haciendo que la señal de medida se engorde en frecuencia y tome una forma *Gaussiana*. Esta forma se debe a la distribución de velocidades más probable que pueden tomar los átomos cual es la de *Maxwell-Boltzman* [3, 12].

La primera técnica, espectroscopia de absorción satura, utiliza dos rayos de luz, el de bombeo y el de prueba, en direcciones antiparalelas para que solo los átomos con velocidades perpendiculares absorban la luz cuando la radiación está en resonancia con la transición atómica [12]. Además, el haz de bombeo es más intenso que el de prueba haciendo que se saturen la transición atómica y que la intensidad del haz de prueba no se tan alterada [13]. El espectro de frecuencias que se consigue con el uso de esta técnica posee tres transiciones nuevas que no deberían ocurrir. A estas transiciones se le llaman *crossovers* debido a que son transiciones cursadas por el efecto *Doppler* en el momento que la frecuencia de la radiación es el promedio de dos transiciones atómicas [3]. Conociendo esto, el espectro de frecuencias obtenido por este método se utiliza en un *lock-in Amplifier* para poder obtener la señal de error. Para que el *lock-in* detecte la luz láser, esta debe estar modulada a una frecuencia específica. Esto se logra modulando la intensidad de la luz láser mediante un piezoeléctrico. Este piezo genera un voltaje a la rejilla de difracción haciendo que se mueva un poco y logrando un cambio en la intensidad de la luz. Con esto, se le pone al piezo una señal sinusoidal con una frecuencia específica para que el *lock-in* pueda detectarla. La señal que da el *lock-in* es utilizada como señal de error y lograr estabilizar el láser en frecuencia [14].

En cuanto a la otra técnica, espectroscopia de polarización, aprovecha las diferentes reglas

de selección en la proyección del momento angular sobre el eje z ΔM generada por luz polarizada [15]. Esto hace que si se le incide un rayo de luz con polarización tanto circular derecha como izquierda σ^\pm ocurre *Optical Pumping*. Este fenómeno hace que los momentos angulares de los átomos precesen en una dirección preferencial, en contra o a favor a un campo magnético externo, haciendo la muestra anisotrópica [12]. Para aprovechar este fenómeno se utiliza los mismos haces que en espectroscopia de absorción saturada, bombeo y prueba, en donde el haz de bombeo se le inducirá una polarización σ^+ el cual bombeará los átomos a una dirección y el haz de prueba con una polarización diagonal π . Esta polarización se puede escribir como combinación lineal de σ^+ y σ^- , la cual al estar en contacto con el gas ya bombeado genere una birrefringencia [12, 16]. Esta birrefringencia se puede detectar con un polarímetro para así obtener una señal de error para estabilizar la frecuencia del láser.

2. Métodos experimentales

2.1. Esquema de estabilización por medio de espectroscopia de absorción saturada

El montaje experimental de espectroscopia de absorción saturada se muestra en la Fig.2. Donde se utiliza un diodo láser de 852 nm como fuente de luz. Después, se implementa una cavidad de Littrow con una rejilla de difracción la cual refleja una parte de la luz hacia el diodo para seleccionar un solo modo en frecuencia [17]. Después, un sistema de espejos que van enumerados del $M1 - M11$ para alinear la luz del láser. Se utiliza una lamina de media onda $\lambda/2$ y un PBS, Polarizing beam splitter, con el fin de dividir el haz de dos nuevos haces, bombeo y prueba, y poder controlar la intensidad entre ellos. Posteriormente, se hace incidir el haz de prueba directamente en la celda de Cesio para que ocurra el proceso de espectroscopia y el haz bombeo es alineado de tal manera que incida en la celda en dirección contraria al haz de prueba con el propósito de saturar los átomos y hacer la técnica de *Doppler Free*. Ahora bien, se revisa la intensidad del haz de prueba con un fotodiodo para obtener el espectro de frecuencias. Este espectro pueden ser procesados por un *lock-in amplifier* mediante la modulación de la intensidad del luz del láser. Esta modulación es generada por el piezoeléctrico que tiene la rejilla de difracción para moverla un poco. La señal de salida que se obtiene por el *lock-in* se puede emplear como señal de error. Para finalizar, esta señal se utiliza en un sistema de PID con el objetivo de saber que corriente se le debe mandar al láser mediante el uso de una sistema de adquisición de datos DAQ USB-6001 de National Instruments que permite hacer tanto el barrido en frecuencia para observar los espectros y estabilizar el láser [14].

2.2. Espectroscopia de polarización

El esquema utilizado para estabilizar la frecuencia del láser con espectroscopia de polarización se encuentra en la Fig. 3, el cual es similar al anterior pero presentan unos ligeros cambios. El primero es la implantación de dos lamina de onda: media onda $\lambda/2$ y cuarto de onda $\lambda/4$ para conseguir las polarizaciones π y σ^+ respectivamente. Los ángulos de rotaciones de las laminas de onda se consiguieron gracias a la matrices de Jones [18]. El funcionamiento de estas matrices es sencillo, solo basta con conocer la polarización inicial del haz incidente. Con esto se puede rotar la lamina de onda de tal manera que se llegue a la polarización deseada. En este caso es fácil, debido a que los haces de prueba y bombeo ya vienen polarizados de manera vertical y horizontal por el PBS. La matriz de rotación para una lamina de onda es:

$$J_{WP}(\theta\phi) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} + i \sin \frac{\phi}{2} \cos 2\theta & \sin \frac{\phi}{2} \sin 2\theta \\ \sin \frac{\phi}{2} \sin 2\theta & \cos \frac{\phi}{2} - i \sin \frac{\phi}{2} \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

Esquema de estabilización espectroscopia de absorcion saturada

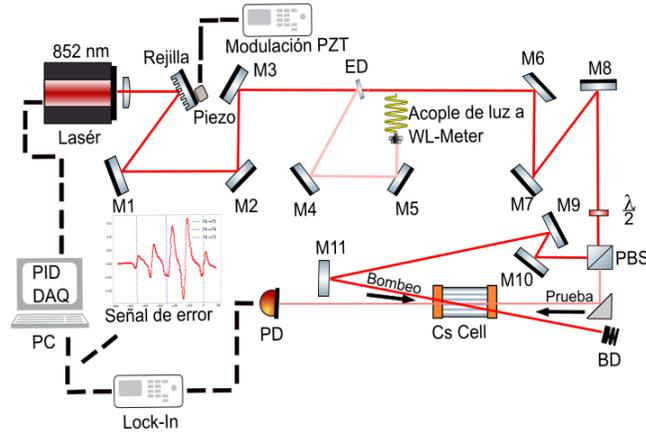


Fig. 2. Esquema de estabilización en frecuencia usando espectroscopia de absorción saturada. En el cual la frecuencia del láser se barre centrada en uno de los máximos. El espectro es llevado al lock-in amplifier donde este devuelve la señal de error. Esta señal es procesada por un sistema PID que envía la retroalimentación necesaria para estabilizar el láser en frecuencia.

Donde el ángulo ϕ depende del tipo de lamina de onda ($\lambda/2 = \pi, (\lambda/4 = \pi/2)$) y θ es el ángulo necesario que se le debe rotar la lamina de onda para conseguir la polarización que se quiere [18].

Esquema de estabilización espectroscopia de absorcion saturada

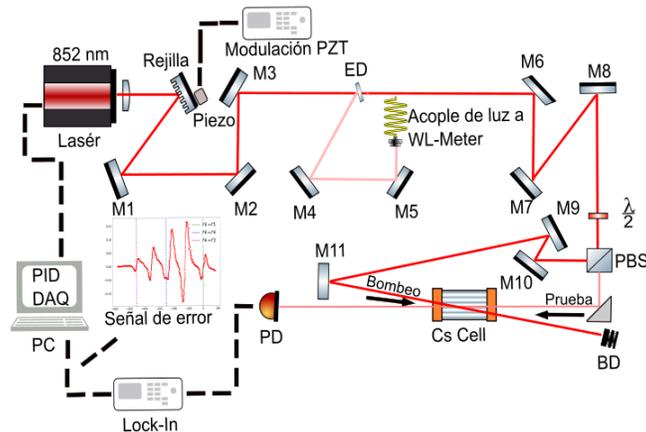


Fig. 3. Esquema de estabilización para espectroscopia de polarización solo es necesario detectar la señal del montaje y procesarla con un sistema PID. El PID se encarga de corregir la corriente para estabilizar en frecuencia el láser.

Conociendo como se polariza la luz, ahora queda como detectar esta birrefringencia generada por la celda de Cesio al volverse un medio anisotrópico. Para esto se implementó un polarímetro el cual consiste en un PBS y un restador. El PBS hace que el haz de prueba se divida en dos y sean detectados cada uno por un foto diodo. Las intensidades que se obtiene por los foto diodos son restadas para obtener la señal de error y ser utilizada para estabilizar la frecuencia del láser [19].

3. Resultados

Los espectros obtenidos por se pueden observar en la Fig. 4. La figura a) y b) pertenecen al montaje de espectroscopia de absorción saturada donde: a) es el espectro de energías del átomo de Cesio con la transición hiperfinas y las transiciones cruzadas y b) es la señal procesada por el *lock-in amplifier*. En c) es la señal de anisotropía obtenida por espectroscopia de polarización. Las señales de error que se utilizaron para estabilizar el láser fueron la b) y la c) debido a su forma de dispersión es fácil detectar y conocer que valor de corriente se debía enviar para hacer la corrección. Estas señales son enviadas al sistema de adquisición de datos (DAQ) *national instruments* para ser procesadas por un programa en *Labview* y poder realizar el PID. La forma de medir la frecuencia del láser fue aplicar la técnica de estabilización y poner a correr un programa que grafique la frecuencia del láser en función del tiempo [11].

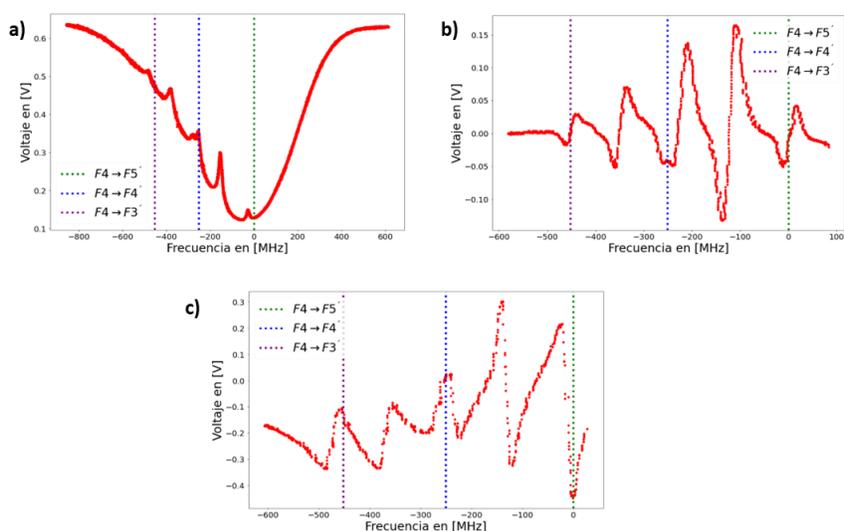


Fig. 4. Señales obtenidas por las dos técnicas de estabilización. La señales a) y b) pertenecen a espectroscopia de polarización donde a) es el espectro de energías y b) la señal procesada por el lock-in a partir del espectro. En c) es la señal de anisotropía obtenida por espectroscopia de polarización.

Las señales de la frecuencia del láser estabilizado por ambas técnicas se pueden observar en la Fig 5. Las gráficas a) y b) es la medida de estabilidad del láser mediante las dos técnicas y la gráfica en c) es el comportamiento del láser sin estabilizar. En estas gráficas se hizo una técnica de promedio llamada *Binning* la cual hace un promedio temporal en los datos de tal manera que se vea mejor el comportamiento de los ellos mas detalladamente y que se pueda entender mejor las gráficas [20].

4. Análisis de resultados

Los resultados anteriores dan a entender varias cosas los espectros de energías 4 obtenidos son exactamente los esperados por la teóricamente y otros experimentos que se pueden encontrar en la literatura [5, 12, 14, 19]. Además, sirvieron para poder ser utilizados como señal de error para estabilizar el láser.

En cuanto la estabilización de la frecuencia del láser, se analiza varias cosas: la primera es el láser se pudo estabilizar mediante ambas técnicas pero con algunas diferencias. La señal de

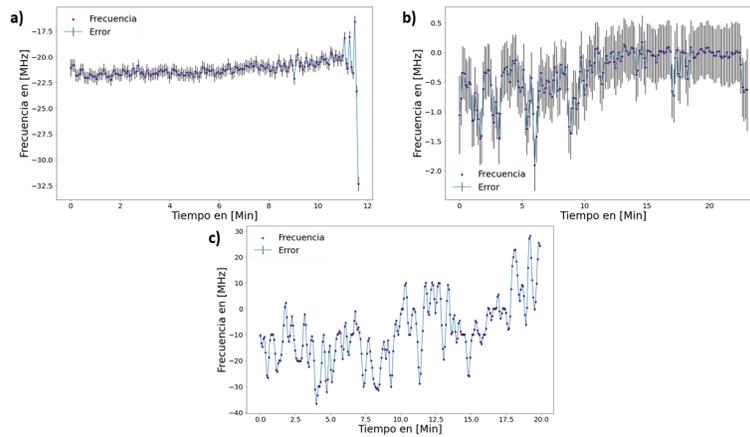


Fig. 5. Gráficas de la frecuencia del láser por un periodo de tiempo de 13 ms. La gráfica a) es la frecuencia implementando la técnica de espectroscopia de absorción saturada y en b) espectroscopia de polarización. Por ultimo, la gráfica en c) es el comportamiento del láser sin ninguna técnica de estabilización.

estabilidad con la técnica de espectroscopia de absorción saturada no dio con buena exactitud. Esto se nota debido que se estabilizo en una frecuencia la cual no era la deseada sino en una menor como se observa en la Fig. a) 5. Pero si con buena precisión, esta falta de exactitud se puede deber a factores externos como un campo magnético que altere los niveles de energía del átomo haciendo que tenga otras frecuencias. La otra posible causa a este problema es la modulación de la intensidad del láser. Esto pasa ya que al moverse la rejilla por medio del piezoeléctrico hace que la frecuencia varíe un poco debido a que es parte de la cavidad [12, 14]. Por ende, la frecuencia del láser puede estar variando en un valor que no sea el deseado.

La señal de estabilidad con la otra técnica, espectroscopia de polarización, dio mejores resultados. La frecuencia del láser estuvo en el rango del valor esperado. Sin considerar el *Binning* el rango en que oscilaba las frecuencia esta en un valor de 10 MHz, el cual es el limite de medición del dispositivo. Esto quiere decir que para tener un mejor análisis de la frecuencia del láser, es necesario la implementación de otro sistema de detección para el valor de la frecuencia. En la Tabla 1 se pueden observar un resumen de los datos.

Los datos en la tabla 1 son los promedios ponderados de las frecuencias que tomaron cada técnica de estabilización [21]. Esto se hace debido que el aparato media en términos de longitud de onda por lo tanto se necesito propagar el error y la conversión de longitud de onda a frecuencia hace que el error dependa del valor del dato $\delta f = \frac{1}{\lambda} \delta \lambda$. Debido a esto, también se saco el error del promedio mediante la fórmula de error ponderado $\delta \bar{x} = \frac{\delta x}{\sqrt{N}}$. Donde N es el numero de datos, este caso se tomaron tanto datos que el valor de esta incertidumbre es mas chiquito que el del dispositivo. En cuanto la desviación estándar se utilizo la fórmula que comúnmente se utiliza y el error fue la propagación de error de la misma función [21].

Para analizar un poco mas la señales de frecuencia de un láser inestable y un láser estable se utiliza una estadística llama *Allan Variance*. La cual hace un promedio temporal de cada uno de los datos por tiempos distintos τ . Con estos se hace una diferencia entre los vecinos y se suma las contribuciones de esta diferencias. Si los datos están muy alejados numéricamente el

Table 1. En esta tabla se presenta el promedio ponderado y la desviación estándar en frecuencia en cada técnica de estabilización. Se utilizo el promedio ponderado debido a que los datos posee incertidumbres diferentes debido al tipo de medición. Además, el error que se reporta aquí es menor a la incertidumbre del dispositivo debido que se utilizo el error pondero. Esto hace que al tener muchos datos el error sea menor [21].

Técnica	Espectroscopia de polarización	Espectroscopia de absorción
Frecuencia media en Hz	$(351.721959 \pm 0.000006) \times 10^{12}$	$(351.721938 \pm 0.000006) \times 10^{12}$
Desviación en Hz	$(2 \pm 0.6) \times 10^6$	$(7 \times \pm 0.6) \times 10^6$

Allan Variance dará valores grandes pero si están muy cercanos dará valores pequeños [22]. La formula de esta estadística es la siguiente:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \quad (1)$$

La constante M es el numero total de datos, y_i es el valor normalizado de frecuencia $\frac{\nu}{\nu}$, el cual se esta revisando y y_{i+1} es el valor siguiente en escala de tiempo. Con esta estadística se puede hacer varios promedios de temporales, *Beating*, para tener diferentes τ en segundos y obtener otro tipo de gráfica de estabilidad. La gráfica que muestra la esta estadística para cada una de las técnicas y la del láser inestable se observa en la 6. Donde se puede ver claramente la tendencia de la frecuencia con las dos técnicas de estabilización. Normalmente, se utiliza esta estadística para decir que tan estable es la señal de un sistema en comparación a otras y cuanta precisión se puede obtener gracias a esta. Aquí, puede ser apreciado que se obtiene una precisión de 10^9 esto quiere decir que el numero de cifras significativas que tiene de precisión mi señal estabilizada. Lo cual concuerda con el límite de resolución del dispositivo de detección 10 MHz.

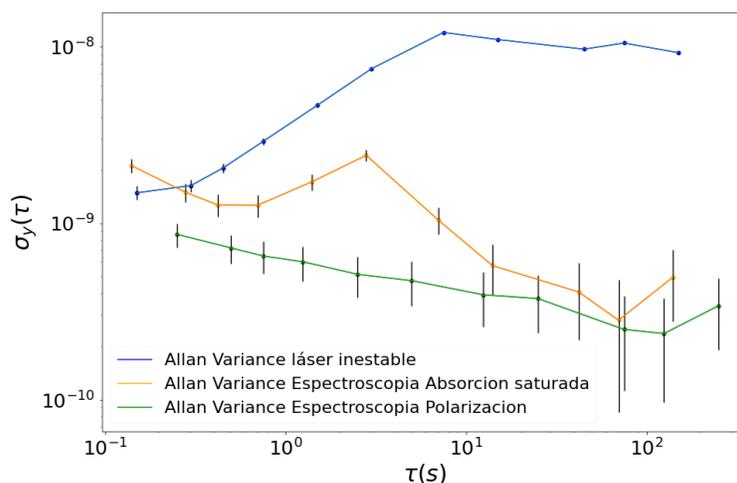


Fig. 6. En esta gráfica se presentan el Allan Variance de tres señales de frecuencia de un láser. La línea azul representa a la señal de un láser inestable en frecuencia, la línea naranja proviene de láser cuando se estabilizo con espectroscopia de absorción saturada y la línea verde es de la técnica de espectroscopia de polarización.

5. Conclusiones

En este proyecto se hizo la comparación de dos esquemas de estabilización en frecuencia de un láser mediante espectroscopia de polarización y espectroscopia de absorción saturada. Ambos esquemas fueron implementado en un solo láser como se observa en las figuras 2 y 3. Los espectros atómicos que generaban ambas técnicas se piden observar en la Fig. 4, los cuales exactamente los mismos que la aparecen en la literatura [5, 11, 12]. En cuanto los resultado de la estabilización por medio de ambas técnicas se observan en Fig. 5. Los cuales dieron varias conclusiones: la primera es la técnica de absorción saturada hizo que la frecuencia del láser se mantuviera estable en algún valor cercano al deseado. Este desfase puede ser generado por algún factor externo como un campo magnético o por la modulación de la rejilla, para que la intensidad de la luz sea detectada por el *Lock-in Amplifier*. Otra conclusión es que la técnica de espectroscopia de polarización estabilizo la frecuencia del láser con buena precisión y exactitud se puede ver esto en la tabla 1. El limite de exactitud que tiene esta técnica es debido a la resolución del *Wavelengthmeter*, el dispositivo encargado de medir la frecuencia del láser. Con esto se obtuvo un limite de resolución de 10 MHz la cual es buena comparando un láser inestable. Además, se pudo realizar una comparación relativa entre las señales estabilizadas con la estadística de *Allan Variance*. Esta se puede observar en Fig. 6 donde se ve claramente el comportamiento de cada uno de las técnicas de estabilización y que la mejor fue la espectroscopia de polarización. Con esto, se puede decir que la técnica de espectroscopia de polarización estabilizo mejor la frecuencia del láser hasta el limite de resolución del dispositivo. Una posible solución para saber mejor la precisión de esta técnica mediante la implementación de un sistema detección herodiana de dos láseres [23]. Esto hace que se pueda tener una señal con mayor resolución y poder tener mejores resultados a futuro.

6. Agradecimientos

Quiero agradecer a la profesora Mayerlin Nuñez por la paciencia y acompañamiento en la realización de este proyecto. Además, a los profesores Alejandra Valencia y Alonso Botero por las sugerencias y nuevas ideas que daban en las reuniones de grupo. Por otra parte, a Jemmy, Pedro y Daniel en estar conmigo y apoyarme en todo este proceso. También, quiero agradecer especialmente a Michael y a José por estar conmigo en cualquier duda y ayudarme a acoplar el láser a fibra óptica por treintava vez. Adicionalmente, a Nicolás Manrique y a Juan Ignacio Martinez por las consejos y compañía durante este proyecto. Por ultimo, quiero agradecer a mis amigos más cercanos, Juan Felipe y Viviana, mis papás, Morat y mis hermanos por estar conmigo en todos los momentos difíciles.

References

1. J. Stuhler, "Quantum optics route to market," *Nat. Phys.* **11**, 293–295 (2015).
2. B. C. Nichol, R. Srinivas, D. P. Nadlinger, P. Drmota, D. Main, G. Aranedo, C. J. Ballance, and D. M. Lucas, "An elementary quantum network of entangled optical atomic clocks," *Nature* **609**, 689–694 (2022).
3. C. J. Foot, *Atomic physics* (Oxford University Press, 2012).
4. M. W. Mitchell and S. Palacios Alvarez, "Colloquium : Quantum limits to the energy resolution of magnetic field sensors," *Rev. Mod. Phys.* **92** (2020).
5. M. Bustamante, *Viabilidad de medir campos magnéticos externos mediante espectroscopia de polarización del átomo de Cesio* (2022).
6. H. Nasim and Y. Jamil, "Diode lasers: From laboratory to industry," *Opt. Laser Technol.* **56**, 211–222 (2014).
7. E. D. Black, "An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization," *Am. J. Phys.* **69**, 79–87 (2001).
8. A. Bauch, "Caesium atomic clocks: function, performance and applications," *Meas. Sci. Technol.* **14**, 1159–1173 (2003).
9. D. A. Steck, "Cesium D line data," <https://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.pdf>. Accessed: 2023-4-16.
10. L. Essen and J. V. L. Parry, "An atomic standard of frequency and time interval: A caesium resonator," *Nature* **176**, 280–282 (1955).
11. M. Nieto, *Estabilización en frecuencia de láser centrado en transición atómica de la línea D2 del cesio* (2020).

12. W. Demtröder, *Laser Spectroscopy 2: Experimental Techniques* (Springer Berlin Heidelberg, 2015).
13. O. Schmidt, K.-M. Knaak, R. Wynands, and D. Meschede, "Cesium saturation spectroscopy revisited: How to reverse peaks and observe narrow resonances," *Appl. Phys. B* **59**, 167–178 (1994).
14. N. Manrique Nieto, C. F. Rodriguez, and M. Nunez Portela, "Computational model of frequency stabilized laser for extremum seeking controller parameter tuning," *IEEE Lat. Am. Trans.* **20**, 451–457 (2022).
15. N. Zettili, *Quantum Mechanics: Concepts and Applications* (Wiley).
16. C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, *Quantum Mechanics*, vol. 2 (Wiley-VCH, 2020).
17. T. Tanaka, K. Takahashi, K. Sako, R. Kasegawa, M. Toishi, K. Watanabe, D. Samuels, and M. Takeya, "Littrow-type external-cavity blue laser for holographic data storage," *Appl. Opt.* **46**, 3583–3592 (2007).
18. E. Collett, *Field Guide to Polarization* (SPIE, 2005).
19. C. P. Pearman, C. S. Adams, S. G. Cox, P. F. Griffin, D. A. Smith, and I. G. Hughes, "Polarization spectroscopy of a closed atomic transition: applications to laser frequency locking," *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **35**, 5141–5151 (2002).
20. R. M. Sauter, "Introduction to probability and statistics for engineers and scientists," *Technometrics* **47**, 378–378 (2005).
21. J. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*, ASMSU/Spartans.4.Spartans Textbook (University Science Books).
22. F. Riehle, "Frequency standards," (2003).
23. H. Bachor and T. Ralph, *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (Wiley).