

Medición de densidad atómica en celdas de Cs con métodos espectroscópicos

Iván Camilo Ballén Méndez*

Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 11 de junio de 2024)

En el presente proyecto se buscó determinar la densidad atómica en una celda de Cesio por medio de métodos espectroscópicos. Para esto, se caracterizó el comportamiento de los espectros de absorción en la transición D2 del Cesio en función de la temperatura de la celda. Dicho comportamiento resulta ser creciente con la temperatura y se estabiliza alrededor de los 47°C. Usando relaciones de presión de vapor en función de la temperatura para el Cesio, se realizó una correspondencia biyectiva entre absorción y presión la cual permitió despejar, a partir de la relación de un gas ideal, una estimación para la densidad atómica. Dicha estimación corresponde a la cota superior $n \leq (4,06 \pm 0,04) \times 10^{16}$ átomos/m³, la cual concuerda con estimaciones anteriores. Con el fin de verificar dicha cota, se realizó un segundo experimento en el cual se midió el espectro de emisión del Cs a una temperatura de 45°C. El fenómeno de fluorescencia es proporcional a la densidad atómica en la celda, por lo que los resultados de dicho experimento permiten despejar un valor para la densidad.

I. INTRODUCCIÓN

La densidad atómica de sistemas cuánticos de dos niveles resulta ser de importancia al momento de estudiar la interacción de estos con luz. Si cada átomo de cierto gas se considera como un sistema cuántico de dos niveles, la cantidad de luz absorbida o emitida por este gas debe ser proporcional a la cantidad de átomos que interactúan con la luz incidente. Por ejemplo, la *Ley de Beer* que modela la absorción de luz por un sistema de dos niveles dicta que el coeficiente de absorción κ está dado por la frecuencia de la luz incidente y la densidad atómica del sistema ([1], pág. 138). Por esta razón, el presente proyecto tiene como objetivo medir la densidad atómica en una celda de Cesio mediante experimentos que involucran espectroscopía de absorción y fluorescencia. Para realizar dichas mediciones, se usará la transición D2 del Cesio presentada en la figura 1. En contraste con un experimento de fluorescencia, en el cual la relación entre densidad atómica y espectro de emisión es una proporcionalidad lineal; para determinar densidad atómica mediante espectroscopía de absorción se usarán los conceptos termodinámicos de presión de vapor y coexistencia de fases, los cuales se explican a profundidad a continuación.

A. Presión de vapor

Cualquier sistema termodinámico clásico se puede describir mediante diversos potenciales termodinámicos. Entre estos formalismos, destacan entropía S , ener-

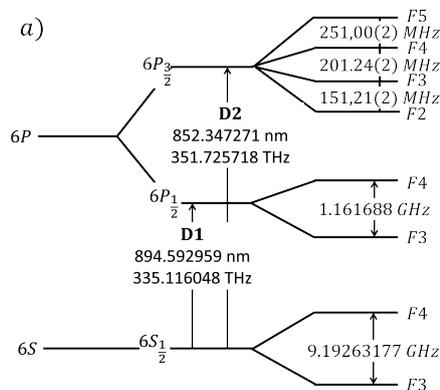


Figura 1. Esquema de las transiciones D1 y D2 del átomo de Cesio. En este proyecto se estudiará la transición D2. Tomado de [2], pág. 2.

gía interna U , energía libre de Helmholtz F , energía libre de Gibbs G , entalpía H , entre otros. A pesar de la gran diversidad de formalismos, todos comparten un mismo principio para describir estados en equilibrio: la optimización de potenciales termodinámicos ([3], capítulo 6). En ocasiones estos potenciales no poseen un único punto crítico global; por el contrario, poseen múltiples puntos críticos globales asociados a distintos estados de equilibrios como se muestra en la figura 2. Cuando se tienen dos puntos críticos de potenciales termodinámicos separados por una barrera de potencial no tan alta, es posible observar a nivel macroscópico dos fases distintas del mismo sistema.

En la celda de Cesio a estudiar en este proyecto se observa estado gaseoso y también estado líquido, pues se tiene presencia de pequeñas gotas condensadas en las paredes de la celda. Naturalmente, el gas presente en la

* Correo institucional: i.ballen@uniandes.edu.co

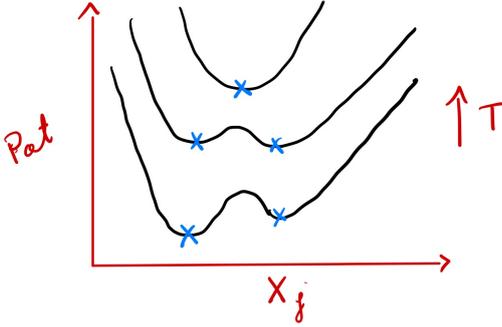


Figura 2. Potencial termodinámico en función de alguna presión generalizada X_j . Se observa como un único estado de equilibrio se puede desdoblarse en múltiples estados de equilibrio al disminuir la temperatura.

celda ejerce una presión sobre el Cesio líquido que recubre la celda. Dicha presión recibe el nombre de *presión de vapor* y se encuentra caracterizada empíricamente para ciertos sistemas. En el caso del Cesio, se tiene la siguiente relación entre esta presión y la temperatura:

$$\log_{10}(p) = 4,165 - \frac{3830}{T}, \quad (1)$$

donde p es presión de vapor en atmósfera y T temperatura en Kelvin ([4], pág. 310). A pesar de que en dicho artículo se especifica que dicha relación es válida a partir de los 298K, artículos anteriores como [5] publicado en 1937 garantizan que la relación no cambia mucho para temperaturas cercanas a 293K que son aquellas en el rango de nuestro interés.

Ahora bien, Valappol en su tesis doctoral [6] propone un método para relacionar absorción con presión de vapor en una celda de Yodo. Dado que al aumentar la temperatura se evapora parte del Yodo condensado en la celda, se espera que la absorción aumente con la temperatura, pues hay una porción mayor de átomos en estado gaseoso que interactúan con el láser. Este comportamiento creciente debe estabilizarse en cierto valor de absorción debido a la evaporación de todos los átomos condensados.

Por otro lado, absorción y presión de vapor dependen linealmente de la densidad atómica, por lo que debe existir una proporcionalidad lineal entre ellas. Esta proporcionalidad permite traducir la estabilización en absorción en una estabilización de presión de vapor, presión que será usada para despejar densidad atómica. Para determinar dicha proporcionalidad, se debe graficar absorción y presión de vapor en función de la temperatura, establecer una relación lineal entre los ejes de absorción y presión, y estimar la proporción que minimiza la distancia entre los datos de absorción y la

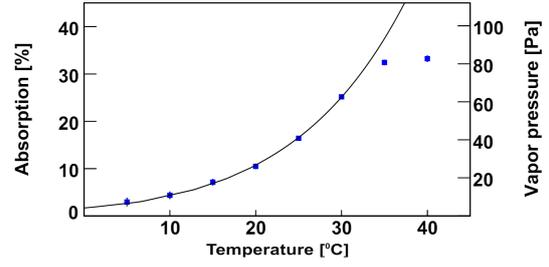


Figura 3. Presión de vapor (línea continua) y absorción (datos en azul) en una celda de Yodo en función de la temperatura. Se encuentra una relación de proporcionalidad entre los ejes de presión y absorción que permite ajustar los datos experimentales de absorción a la curva de presión de vapor para temperaturas bajas dada por la expresión $\log_{10}(p) = -3512,830/T - 2,013 \cdot \log_{10}(p) + 18,37971$. Se observa también la estabilización en absorción. Tomado de [6], pág. 60.

relación empírica de presión para temperaturas bajas como se muestra en la figura 3.

Si relacionamos la presión de vapor asociada a la estabilización de absorción con la temperatura que dicta la relación empírica 1, se tienen suficientes variables termodinámicas que describen el estado en que todos los átomos se encuentran en fase gaseosa. Asumiendo densidad uniforme en este estado, se puede usar la ecuación de estado $pV = NRT$ para despejar densidad atómica; donde p es la presión de vapor asociada a la estabilización, T la temperatura correspondiente a dicha presión de vapor, N el número de átomos, V el volumen de la celda y R la constante de gases ideales.

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

Con el objetivo de determinar la densidad atómica en una celda de Cesio mediante técnicas espectroscópicas, se proponen dos montajes esencialmente distintos. En un primer montaje, se espera medir distintos espectros de absorción en función de la temperatura de la celda. Por otro lado, se propone un segundo montaje con el cual se quiere medir la fluorescencia inducida por la interacción luz materia. A continuación, se especifican los detalles de cada montaje.

A. Espectroscopía de Absorción

En este montaje se usó un diodo láser (1852P100 Thorlabs) como fuente de radiación. Este diodo emite varios modos en frecuencia, por lo que se usó una rejilla (GR251205 Thorlabs) para aislar el modo que nos interesa para la transición D2 del Cesio ([2], pág.

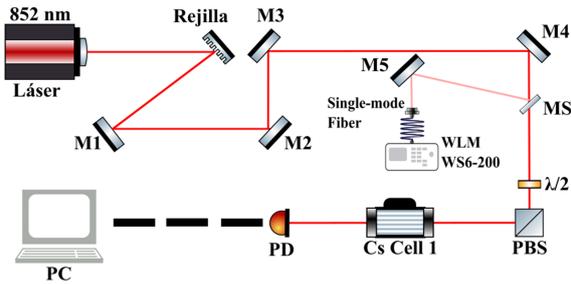


Figura 4. Diagrama del montaje experimental usado para medir espectros de absorción. La lamina usada para acoplar un porcentaje del 10% de la luz al WLM corresponde a una lamina de microscopia (microscope slide MS) ([2], pág. 23).

21), el cual corresponde a una longitud de onda de 852,3564nm. Con el objetivo de monitorear la longitud de onda y el modo en frecuencia del diodo láser, este se acopla a un *wavelength meter* (WS6-200) con una fibra óptica *single mode*. Luego de acoplar a la fibra óptica, el láser pasa por una lamina de media onda (RABH-980 Thorlabs) con el objetivo de controlar la polarización de la luz y posteriormente pasa a través de un *polarizing beam splitter* (PBS102 Thorlabs). Esta configuración permite controlar la intensidad de la radiación que sale del polarizing beam splitter ([2], pág. 23). De esta forma, el láser (con una polarización bien definida) incide sobre una celda de Cesio (GC25075-CS Thorlabs) con control de temperatura, para posteriormente incidir sobre un fotodiodo el cual permitirá observar los espectros de absorción. El esquema del montaje experimental aquí descrito se puede observar en la figura 4.

B. Fluorescencia

Con el objetivo de observar el fenómeno de fluorescencia inducido por la absorción estimulada en la celda de Cesio, se propone una pequeña modificación del montaje experimental usado para medir espectros de absorción. Para esto, se construyó una caja negra con el fin de confinar la celda de Cesio a una región donde la única radiación presente sea aquella proveniente del láser junto con la emitida de forma espontánea, esta última producto de la absorción estimulada. Además, se retiró el fotodiodo como sistema de detección y se reemplazó por un tubo fotomultiplicador PMT. Este tubo conectado a un discriminador brinda conteos asociados a fotones provenientes de la emisión estimulada. De esta forma, este montaje permite medir una fracción de los fotones emitidos por los átomos de Cesio en cierto ángulo sólido, los cuales son proporcionales a la densidad atómica en la celda. El esquema del montaje experimental aquí descrito se puede observar en la figura 5.

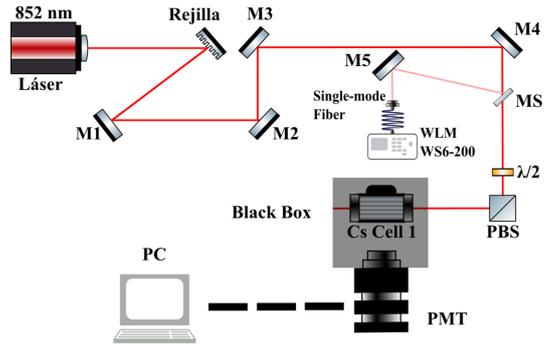


Figura 5. Diagrama del montaje experimental usado para medir espectros de emisión a partir del fenómeno de fluorescencia. Observemos el reemplazo de los instrumentos de detección como el fotodiodo por el tubo fotomultiplicador PMT. La región sombreada que rodea a la celda esquematiza la caja negra construida para aislar la celda de radiación no deseada.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación se presentarán los resultados obtenidos con ambos montajes experimentales. Las estimaciones aquí reportadas ya poseen la propagación de error usual estimada por derivadas parciales.

A. Espectroscopía de absorción

En primer lugar, se reportan los distintos espectros de absorción en la figura 6. Dichos espectros se tomaron realizando barridos en frecuencia justo alrededor de la frecuencia natural de la transición D2 del Cesio. El rango de temperaturas usado fue de 20°C a 47°C, midiendo un espectro en intervalos de 5°C. Más aún, durante el desarrollo del presente proyecto se garantizó que el láser tuviese la suficiente potencia para observar a completitud los espectros de emisión a temperaturas altas; esto debido a que en primeros experimentos la celda absorbía toda la radiación proveniente del láser dando una falsa sensación de estabilización en absorción.

En los resultados mostrados en la figura 6 se observa un perfil Lorentziano de absorción centrado justo en la frecuencia asociada a la transición D2 del Cesio tal y como predice la teoría de interacción luz-materia en [1], capítulo 7. Además, se observa que la absorción crece con la temperatura hasta una estabilización cerca a los 47°C tal y como reporta Valappol en su tesis doctoral [6]. Para estimar la densidad atómica, se realiza la gráfica propuesta por Valappol en [6] la cual relaciona la presión de vapor (según la ecuación 1) con el porcentaje de absorción relativa de cada espectro. Dicha gráfica se muestra en la figura 7.

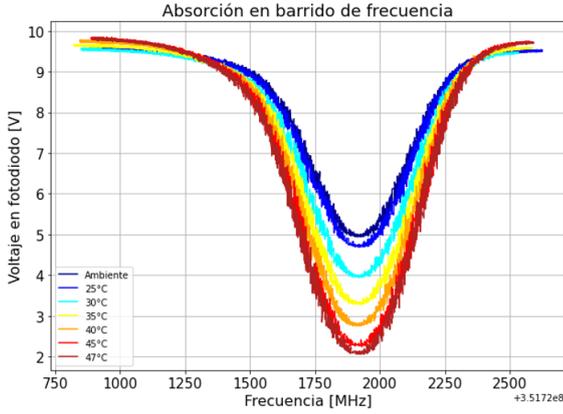


Figura 6. Espectros de absorción en barrido de frecuencia para diferentes temperaturas. A medida que aumenta la temperatura, se observa cada vez más absorción, comportamiento que se estabiliza alrededor de los 47°C.

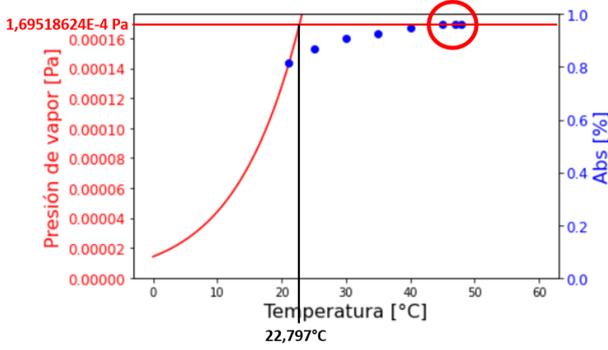


Figura 7. Recreación de la propuesta de Valappol en [6] para relacionar presión de vapor con absorción relativa. En rojo se tiene la relación empírica 1, mientras que en azul los datos de absorción para bajas temperaturas. Dada la falta de datos de absorción para bajas temperaturas, se optó por condicionar una desigualdad que permitiera deducir una cota para la densidad atómica.

En la figura 7 se observa que los datos experimentales de absorción exhiben un comportamiento totalmente cóncavo, a diferencia de los datos reportados por Valappol en la figura 3. Esto sugiere que, para el Cesio, la región de estabilización empieza a una temperatura cercana a la temperatura ambiente del laboratorio. Dado que no contamos con algún instrumento que permita enfriar la celda y garantizar equilibrio, se optó por exigir que el dato de absorción asociado a la temperatura ambiente estuviese sobre la relación empírica de presión de vapor. Esto se justifica en que este primer dato nunca puede estar del lado izquierdo de la curva empírica, lo que impone una cota a la presión de estabilización.

Siguiendo el procedimiento anteriormente explicado, se obtuvo una cota para la presión de estabilización de

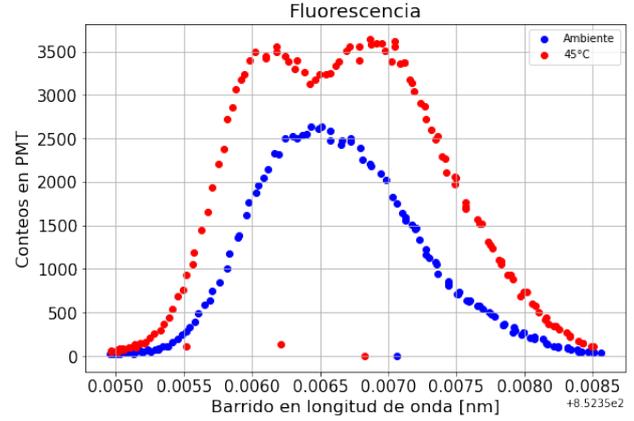


Figura 8. Espectros de emisión a partir de conteos en tubo PMT en barrido de longitud de onda. En azul se observa el espectro de emisión a una temperatura ambiente de 20°C, mientras que en rojo se observa el espectro a una temperatura de 45°C. Se resalta un comportamiento inusual en el espectro a temperatura de 45°C.

aproximadamente $p \geq (1,67 \pm 0,02) \times 10^{-4}$ Pa, presión que está asociada a una temperatura de 22,8°C. Usando la ecuación de estado para un gas ideal $pV = NRT$ con la presión de estabilización y la temperatura asociada, se despeja a siguiente cota para la densidad atómica:

$$n = \frac{N}{V} \leq (4,06 \pm 0,04) \times 10^{16} \frac{\text{átomos}}{\text{m}^3}. \quad (2)$$

B. Fluorescencia

Con el objetivo de verificar la cota reportada con el primer montaje experimental, se midieron espectros de emisión con el tubo fotomultiplicador. Este tubo fotomultiplicador genera una señal eléctrica apreciable a partir de la incidencia de un fotón, señal que se interpreta como un conteo en el software implementado. En esta sección se reportan dichos conteos en un barrido de frecuencias para dos temperaturas: temperatura ambiente y 45°C, esto debido a que a 45°C se observa la estabilización en presión de vapor según lo observado en la figura 7. Los conteos detectados por el tubo fotomultiplicador en función de la frecuencia de la radiación incidente se muestran en la figura 8.

Tomando los conteos reportados por el software justo en la longitud de onda asociada a la transición, se implementó la siguiente relación ([7], pág. 31) que permite relacionar la densidad atómica con el número de conteos por segundos registrados por el PMT:

$$n_{pe} = (n\sigma(\omega_0)n_L\Delta x)\eta_k\eta_{ph}\delta. \quad (3)$$

En la relación anterior, se utilizan las siguientes variables:

- El número de conteos por segundo registrados por el PMT: $n_{pe} = (2117250 \pm 1) \text{ s}^{-1}$.
- La densidad atómica en la celda de Cesio: n .
- La sección eficaz para la transición D2 del Cesio: $\sigma(\omega_0)$ (tomada de los datos empíricos reportados en [8]).
- El número de fotones incidentes por segundo provenientes del láser: $n_L = (3,0 \pm 0,4) \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, cantidad estimada por la relación $P/\hbar\omega_0$ con P la potencia del láser.
- La longitud del camino óptico que cubre el PMT: $\Delta x = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$.
- El ángulo sólido que cubre el PMT: $\delta = 0,014 \pm 1$.
- La eficiencia cuántica del estado excitado: $\eta_k \approx 1$.
- La eficiencia instrumental del PMT: $\eta_{ph} = 0,11 \pm 0,02$.

Usando dichos valores, despejando para el valor de densidad atómica en la celda y propagando los errores correspondientes, se obtiene el siguiente resultado:

$$n = (4 \pm 2) \times 10^9 \frac{\text{átomos}}{\text{m}^3}. \quad (4)$$

En los resultados aquí expuestos se resalta un comportamiento singular en los espectros de emisión a medida de que se aumenta la temperatura. Mientras que para temperaturas cercanas a la ambiente el espectro muestra un perfil Lorentziano, para una temperatura de 45°C se presenta un desdoblamiento del perfil en dos picos simétricos respecto a la longitud de onda correspondiente a la transición D2.

IV. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVA A FUTURO

El objetivo principal de este proyecto consistió en la determinación de densidades atómicas en celdas de Cesio mediante experimentos de espectroscopía. Para lograr dicho objetivo, se realizó un estudio superficial de la interacción luz-materia así como de la termodinámica necesaria para desarrollar un experimento basado en la medición de espectros de absorción. Este experimento permitió relacionar la absorción relativa a través de una celda de Cesio con la presión de vapor al interior de la celda a través de la medición de espectros de absorción

en función de la temperatura, lo que llevo a despejar un valor para la densidad atómica. Dada la actual imposibilidad de enfriar celdas garantizando equilibrio térmico en el laboratorio de espectroscopía, no se logró reportar un valor exacto para la densidad atómica. Sin embargo, un análisis con los datos obtenidos permitió dar una cota de a lo sumo $(4,06 \pm 0,04) \times 10^{16}$ átomos por metro cúbico. Dicha cota se encuentra cerca a valores estimados anteriormente por el grupo de investigación de Óptica Cuántica de la Universidad de los Andes ([9], pág. 41).

Con el objetivo de verificar dicha cota y acercarnos al objetivo propuesto, se desarrolló un segundo experimento con el cual se estuviera en capacidad de reportar un valor para la densidad atómica a partir de la medición de espectros de emisión. Para esto, se estudió con mayor profundidad la interacción luz-materia así como las relaciones de proporcionalidad entre fotones emitidos por fluorescencia y densidad atómica. Dicha relación llevo a reportar un valor de $(4 \pm 2) \times 10^9$ átomos por metro cúbico. A pesar de que dicho valor respeta la cota 2, su orden de magnitud se encuentra bastante alejado de aquel reportado en trabajos anteriores ([9], pág. 41). Más aún, la incertidumbre obtenida en este segundo experimento es mucho mayor a aquella obtenida en el primer experimento. Los problemas aquí mencionados se atribuyen principalmente al comportamiento singular de los espectros de emisión para temperaturas altas, región donde se observa un desdoblamiento del perfil Lorentziano usual. Dicho desdoblamiento debe de estar relacionado a algún fenómeno físico el cual no se ha tenido en cuenta y pudiese tener influencia significativa en las variables utilizadas para despejar densidad atómica. Sin embargo, no se descartan problemas con la configuración del PMT y su respectivo discriminador de señales, pues los conteos reportados en la figura 8 parecen estar por debajo en cantidad de aquello que se esperaba.

A futuro, se espera trabajar en métodos que permitan enfriar celdas ópticas garantizando equilibrio térmico. La implementación de dichos métodos permitiría medir espectros de absorción a temperaturas más bajas de la temperatura ambiente, datos que llevarían a reportar un valor exacto para la densidad atómica usando el montaje experimental para la medición de espectros de absorción. Por otro lado, se propone también un estudio teórico acerca de los posibles fenómenos que puedan estar relacionados con el desdoblamiento del perfil Lorentziano en los espectros de emisión. Un estudio teórico de cierto conjunto de candidatos podría brindar luz a las inconcordancias entre los valores aquí reportados y aquellos estimados en trabajos anteriores.

-
- [1] C. J. Foot, *Atomic physics*, vol. 7. OUP Oxford, 2004.
- [2] G. D. Jiménez Estupiñán, “Detección heterodina de dos láseres estables en frecuencia hacia la implantación de un reloj atómico,” 2023.
- [3] H. B. Callen, *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley & Sons, 1991.
- [4] C. B. Alcock, V. Itkin, and M. Horrigan, “Vapour pressure equations for the metallic elements: 298–2500k,” *Canadian Metallurgical Quarterly*, vol. 23, no. 3, pp. 309–313, 1984.
- [5] J. B. Taylor and I. Langmuir, “Vapor pressure of caesium by the positive ion method,” *Physical Review*, vol. 51, no. 9, p. 753, 1937.
- [6] N. Valappol, “Line shape analysis for precision spectroscopy in Ba^+ ions,” 2019.
- [7] W. Demtröder, *Laser spectroscopy: vol. 2: experimental techniques*, vol. 2. Springer Science & Business Media, 2008.
- [8] D. A. Steck, “Cesium d line data,” 2003.
- [9] M. S. Caracas Núñez, “Estudio teórico y experimental de la sección eficaz de la absorción de dos fotones en átomos de cesio,” 2023.