



Medición de la Transformada Fraccionaria de Fourier de Dos Haces de Luz Paralelos en un Sistema Óptico

Jose Alejandro Gutiérrez Cifuentes, Alejandra Catalina Valencia González y José Ricardo Mejía Mora

Laboratorio de Óptica Cuántica, Universidad de los Andes, A.A. 4976, Bogota, D.C., Colombia

E-mail: ja.gutierrezc1@uniandes.edu.co

Marco teórico

FUNCIÓN DE WIGNER (FW)

Es una función de cuasi-probabilidades que permite analizar la función de onda de un sistema físico en el espacio de fase. Se le dice función de cuasi-probabilidades porque puede obtener valores negativos.

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*\left(x - \frac{y}{2}\right) \psi\left(x + \frac{y}{2}\right) e^{-ipy/\hbar} dy$$

position, wavefunction, Fourier transform, momentum

Fig. 1: Función de Wigner para una función de onda ψ en x y p tomada de [1]

TRANSFORMADA DE RADÓN

Proyecta cualquier función en el espacio de fase sobre un plano rotado un ángulo θ con respecto al eje de posición q . A esta proyección se le conoce como la distribución marginal sobre el eje del plano.

$$p(\theta, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(s \cos \theta + y \sin \theta - x) dx dy$$

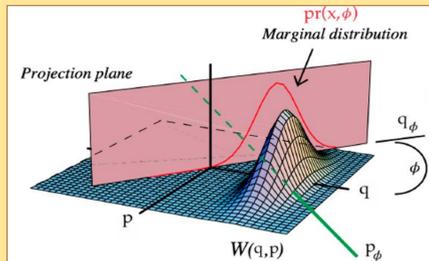


Fig. 2: Visualización de la transformada de radón aplicada a una función de Wigner para un ángulo arbitrario ϕ tomada de [2]

TRANSFORMADA FRACCIONARIA DE FOURIER (TFRF)

Se basa en concatenar a veces la transformada de Fourier típica para poder hacer la transformación de variable de q a p en a pasos. Esto permite transformar q a una superposición de q y p en el espacio de fase.

$$F^a\{f(x)\} := \underbrace{(F \circ F \circ \dots \circ F)}_a\{f(x)\} = g_a(p\hbar)$$

$$F\{f(q)\} = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} f(q) e^{-\frac{ipq}{\hbar}} dq$$

Relación entre la FW y TFRF

Es posible relacionar la intensidad de alguna onda electromagnética medida, con la función de Wigner asociada a él mediante la TFRF y la transformada de radón de la siguiente manera:

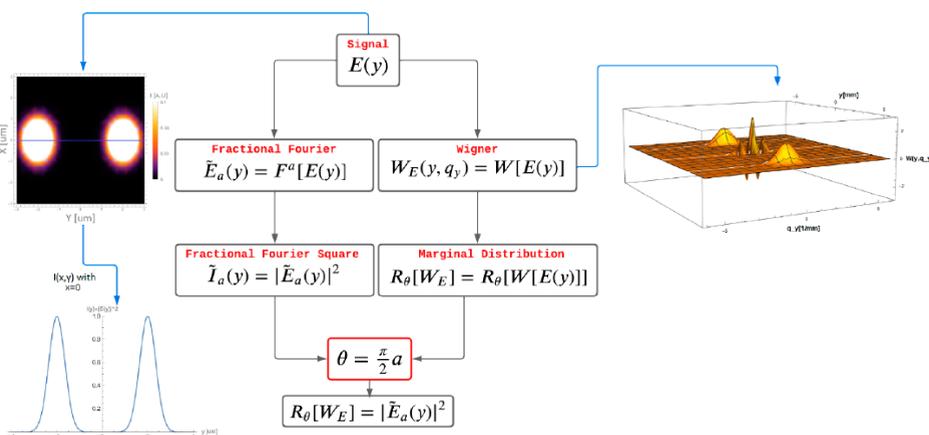


Fig. 3: Esquema de medición de la función de Wigner de un campo eléctrico espacial compuesto de dos haces gaussianos separadas una distancia $2d$. Tomada de [3]

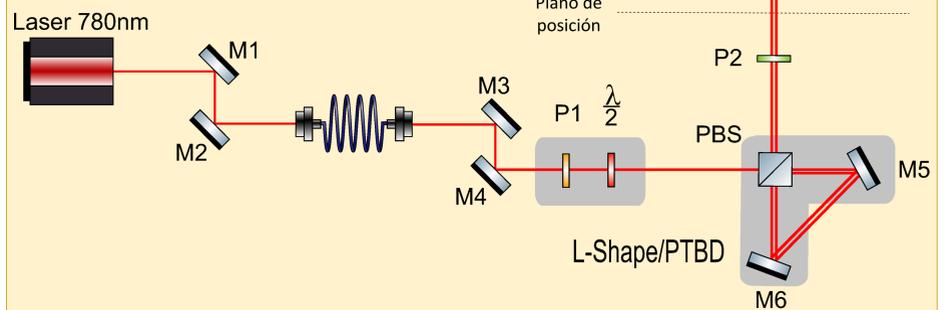
TFRF en el montaje óptico

Parámetros para aplicar la TFRF en el montaje óptico

$$\theta = a \frac{\pi}{2}$$

$$f = \frac{f_1}{\sin\left(\frac{a\pi}{2}\right)}$$

$$z = \tan\left(\frac{a\pi}{4}\right) f_1$$



Resultados

Transformada de Fourier para $\theta = 0$:

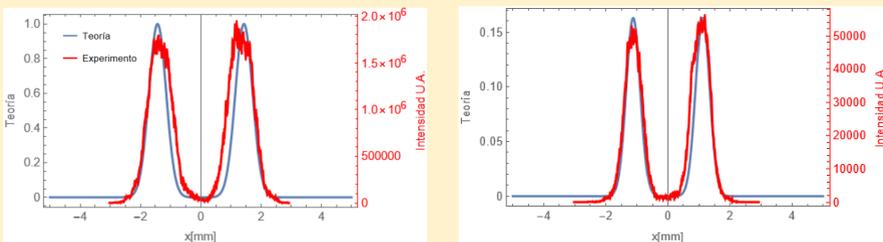


Fig. 7: TFRF experimental para $\theta = 0$ comparada con su función teórica.

Fig. 8: TFRF experimental para $\theta = 0.675$ comparada su función teórica.

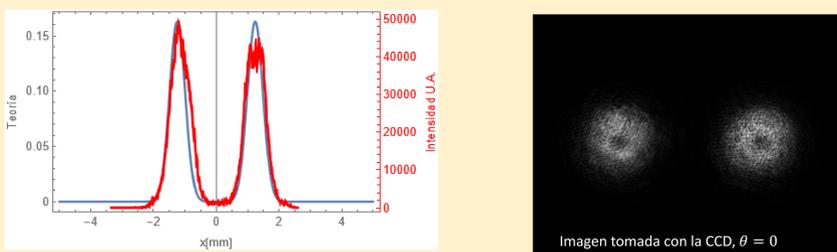


Fig. 7: TFRF experimental para $\theta = 0.524$ comparada con su función teórica.

Imagen tomada con la CCD, $\theta = 0$

En las Fig. 4, Fig. 5 y Fig. 6 se presenta la comparación de la Transformada de Fourier que se registró para $\theta = \frac{\pi}{2}$. Sin embargo, se puede apreciar que la función teórica es bastante sensible con respecto al ángulo que recibe. Esto sugiere que la transformada teórica es sensible a cambios muy pequeños en el ángulo y que se necesita mayor precisión a la hora de realizar las transformadas en el montaje óptico

Transformada de Fourier para $\theta = \frac{\pi}{2}$ comparada con 3 ángulos teóricos distintos:

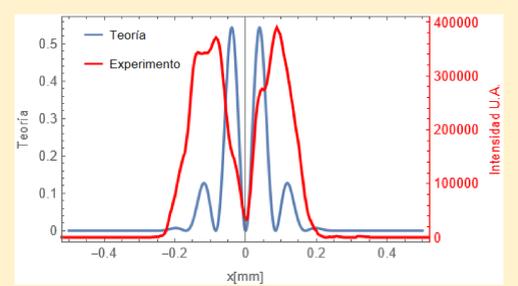


Fig. 4: TFRF experimental para $\theta = \frac{\pi}{2}$ comparada con la función teórica para $\theta = \frac{\pi}{2}$

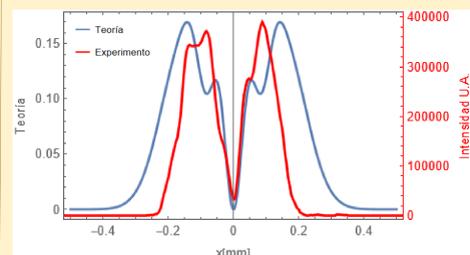


Fig. 5: TFRF experimental para $\theta = \frac{\pi}{2} - 0.1$ comparada con la función teórica para $\theta = \frac{\pi}{2} - 0.1$.

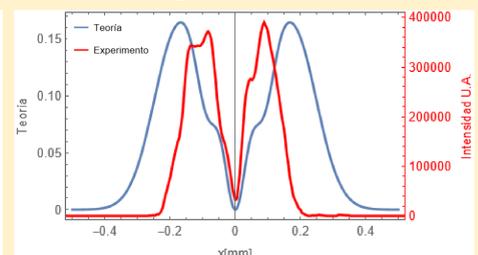


Fig. 6: TFRF experimental para $\theta = \frac{\pi}{2} - 0.12$ comparada con la función teórica para $\theta = \frac{\pi}{2} - 0.12$.

Trabajo a futuro

- Obtener más transformadas fraccionarias de Fourier concatenando lentes para ampliar el rango en el espacio de fase para tomar FrFT.
- Repetir las transformadas de Fourier para poder observar patrones de interferencia que encajen con la teoría.
- Reconstruir la función de Wigner en el espacio de fase usando un algoritmo de tomografía.
- Utilizar este mismo procedimiento para hallar otras funciones de Wigner experimentalmente.

Referencias

- [1]: Nolte, D. D. (2018). Galileo Unbound: A Path Across Life, the Universe and Everything. Oxford University Press.
- [2]: Martínez, A. 2020. Characterization of quantum states of light by means of homodyne detection and reconstruction of Wigner functions
- [3]: Pedro Enrique Piñeros Lourenco. Emulating the wigner function of an odd cat state by means of classical light fields. 2023.
- [4]: Sebastián Menjura, Reconstruction of the Wigner function for a cat state using a classical Gaussian Beam. 2023