

Estimación de la Densidad Atómica en una Celda de Cesio

David Pachón

1 Introducción

Los vapores alcalinos constituyen uno de los sistemas más utilizados en espectroscopía láser debido a su estructura atómica bien conocida y a la presencia de transiciones ópticas resonantes de alta intensidad. En particular, el cesio presenta una estructura hiperfina ampliamente estudiada, lo que lo convierte en un sistema de referencia para aplicaciones de espectroscopía, metrología y física atómica [1].

En este trabajo se estudió la absorción óptica de una celda de vapor de cesio utilizando un láser resonante con la línea D2,

$$6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2},$$

centrada alrededor de

$$\lambda \approx 852.3565 \text{ nm}, \quad \nu_0 \approx 351.722 \text{ THz}.$$

Desde el estado fundamental hiperfino $F = 4$, las transiciones permitidas son 1

$$F = 4 \rightarrow F' = 3, 4, 5.$$

Tomando como referencia la transición $F = 4 \rightarrow F' = 5$, las separaciones hiperfinas son aproximadamente [1]

$$\Delta\nu_{4 \rightarrow 3} \approx -452 \text{ MHz}, \quad \Delta\nu_{4 \rightarrow 4} \approx -251 \text{ MHz}.$$

En una celda térmica, el mecanismo dominante de ensanchamiento es el efecto Doppler producido por la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann. El ancho Doppler está dado por

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \ln 2}{m}},$$

y para cesio a temperatura ambiente toma valores del orden de

$$\Delta\nu_D \approx 375 \text{ MHz}.$$

Este valor es comparable a las separaciones hiperfinas de la línea D2, por lo que las transiciones $F' = 3$, $F' = 4$ y $F' = 5$ aparecen parcialmente superpuestas dentro de una única estructura espectral ancha. En consecuencia, la señal observada experimentalmente corresponde a una respuesta efectiva que resulta de la convolución de las distintas componentes hiperfinas con la distribución Doppler de velocidades.

El objetivo principal del experimento fue determinar la densidad atómica del vapor de cesio para diferentes temperaturas mediante mediciones de absorción óptica. La propagación de la luz a través del medio se describe mediante la ley de Beer-Lambert:

$$I = I_0 e^{-n\sigma L},$$

donde n es la densidad atómica, L la longitud de la celda y σ la sección eficaz efectiva de absorción. Definiendo la profundidad óptica,

$$OD = n\sigma L,$$

se obtiene

$$OD = -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right).$$

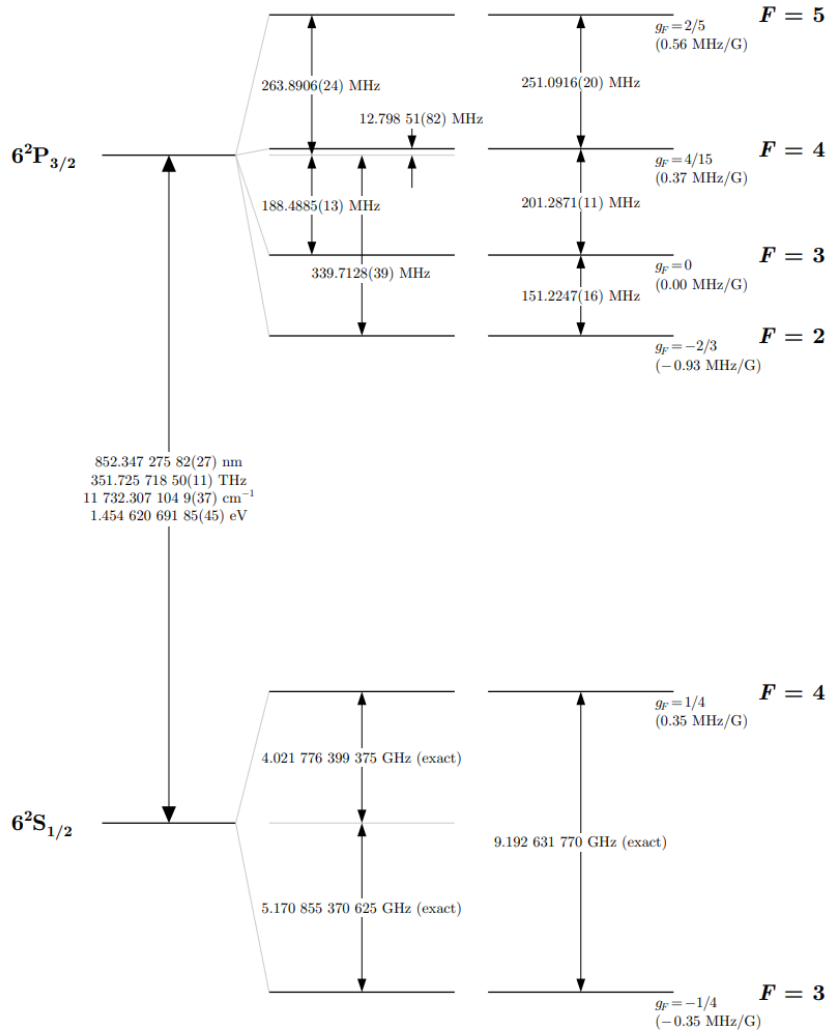


Figure 1: Estructura hiperfina y transiciones relevantes de la línea D2 del cesio.

Experimentalmente, la intensidad transmitida fue registrada mediante un fotodiodo cuya respuesta es proporcional a la potencia óptica incidente,

$$V \propto I,$$

de modo que

$$OD = -\ln\left(\frac{V_{\min}}{V_{\max}}\right).$$

y así la densidad

$$n = \frac{-\ln\left(\frac{V_{\min}}{V_{\max}}\right)}{\sigma L}$$

1.1 Sección eficaz efectiva

La determinación de la densidad atómica mediante la ley de Beer-Lambert requiere seleccionar una sección eficaz representativa de la interacción átomo-luz. Aunque la línea D2 del cesio contiene las transiciones hiperfinas

$$F = 4 \rightarrow F' = 3, 4, 5,$$

la transición

$$F = 4 \rightarrow F' = 5$$

corresponde a la componente de mayor fortaleza dentro de la estructura hiperfina y es la transición utilizada habitualmente en experimentos de espectroscopía y enfriamiento láser de cesio [2].

En una descripción rigurosa, la absorción observada debería obtenerse considerando simultáneamente las contribuciones de todas las transiciones hiperfinas y su convolución con la distribución Doppler de velocidades presente en la celda térmica. Sin embargo, dado que todas las componentes pertenecen a la misma línea electrónica D2 y poseen fortalezas de línea comparables, se espera que la sección eficaz efectiva resultante conserve el mismo orden de magnitud que las secciones eficaces resonantes individuales.

por lo que esta transición constituye la principal contribución esperada a la absorción observada.

Por otra parte, el montaje experimental 2 utiliza polarización lineal obtenida mediante un polarizador y una lámina de media onda. En estas condiciones no se produce bombeo óptico eficiente hacia un estado Zeeman estirado, por lo que no resulta apropiado emplear la sección eficaz correspondiente a la transición cíclica ideal

$$m_F = 4 \rightarrow m'_F = 5,$$

la cual supone polarización circular y acumulación de población en un único subnivel magnético. En consecuencia, se empleó la sección eficaz isotrópica efectiva reportada para la transición

$$F = 4 \rightarrow F' = 5,$$

cuyo valor es [2]

$$\sigma_{0,\text{iso}} = 1.413 \times 10^{-9} \text{ cm}^2.$$

Esta elección proporciona una descripción consistente con las condiciones reales del experimento, al incorporar el promedio sobre las poblaciones Zeeman y las polarizaciones efectivamente presentes en el sistema.

La intensidad utilizada durante las mediciones fue significativamente superior a la intensidad de saturación de la transición,

$$I_{\text{sat}} = 2.71 \text{ mW/cm}^2,$$

obteniéndose un parámetro de saturación aproximado de

$$s = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \approx 25.$$

Este resultado indica que el sistema opera en un régimen fuertemente saturado. Para un sistema ideal de dos niveles en régimen estacionario, la absorción efectiva disminuye según [4]

$$\sigma(I) = \frac{\sigma_0}{1 + s}.$$

Aunque el vapor de cesio presenta una estructura interna más compleja debido a la presencia de múltiples niveles hiperfinos, subniveles Zeeman y ensanchamiento Doppler, esta expresión proporciona una estimación útil del efecto dominante de saturación presente en las condiciones experimentales utilizadas.

Por tanto, la sección eficaz isotrópica $\sigma_{0,\text{iso}}$ se emplea como valor de referencia para la estimación de la densidad atómica, reconociendo que la absorción efectiva del sistema se encuentra reducida respecto al régimen lineal debido a los efectos de saturación.

2 Montaje

Se utilizó un láser infrarrojo sintonizado alrededor de la línea D2 del cesio.

Parte del haz fue utilizada para monitorear la longitud de onda y otra parte fue enviada hacia una celda de vapor de cesio calentada a diferentes temperaturas.

Para mantener un perfil espacial aproximadamente homogéneo dentro de la región de interacción, la celda fue ubicada dentro del rango de Rayleigh del haz.

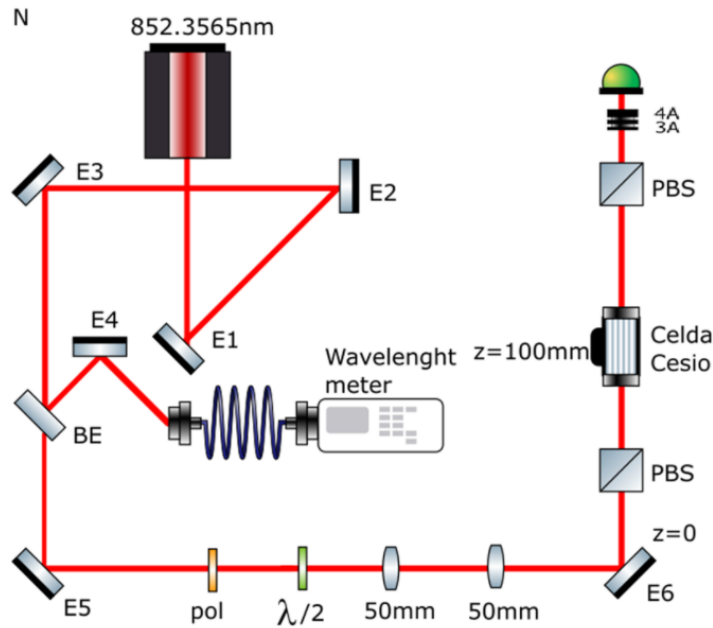


Figure 2: Montaje experimental

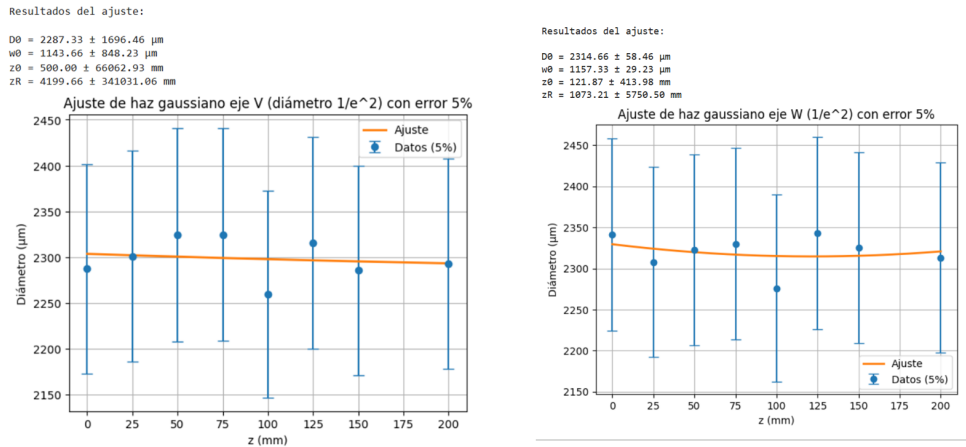


Figure 3: Ajustes gaussianos a los perfiles espaciales del haz láser, eje v y eje W

De esta manera, el waist del láser permaneció aproximadamente constante a lo largo de la celda.

El haz transmitido fue detectado mediante un fotodiodo y se registró el voltaje transmitido como función de la frecuencia óptica.

2.1 Perfil espacial

Se realizaron ajustes gaussianos a los perfiles espaciales del haz láser con el fin de determinar su waist. Debido a que el láser se encontraba colimado, se esperaba que este parámetro permaneciera aproximadamente constante. Los valores obtenidos a partir de los ajustes mostraron una dispersión reducida y una buena concordancia con el valor promedio calculado, confirmando el comportamiento esperado de un haz colimado. El perfil espacial del haz presentó radios aproximados:

$$w_W = 1157 \mu\text{m},$$

$$w_V = 1143 \mu\text{m}.$$

3 Clausius Clapeyron

3.1 Dependencia de la densidad atómica con la temperatura

La densidad atómica de una celda de vapor de Cesio aumenta al incrementar la temperatura debido al aumento de la presión de vapor del metal. Dentro de la celda coexisten una fase condensada de Cesio, depositada sobre las paredes o en el reservorio, y una fase gaseosa correspondiente al vapor atómico. En equilibrio térmico, la tasa de átomos que abandonan la fase condensada es igual a la tasa de átomos que regresan a ella, estableciendo una presión de vapor de equilibrio dependiente de la temperatura.

La dependencia de esta presión con la temperatura puede describirse mediante la ecuación de Clausius–Clapeyron,

$$\frac{dP}{dT} = \frac{L_m}{T\Delta V_m},$$

donde L_m es el calor latente molar y ΔV_m el cambio de volumen molar asociado al cambio de fase. Considerando que el volumen de la fase condensada es despreciable frente al del vapor y utilizando la ecuación de estado del gas ideal para un mol,

$$PV_m = RT,$$

se obtiene

$$\ln P = -\frac{L_m}{RT} + C.$$

Por tanto, la presión de vapor presenta una dependencia aproximadamente exponencial con la temperatura. La densidad atómica n se relaciona con la presión mediante

$$P = nk_B T,$$

de donde

$$n(T) \propto \frac{e^{-L_m/(RT)}}{T}.$$

Tomando logaritmos,

$$\ln n = -\frac{L_m}{RT} - \ln(T) + C. \quad (1)$$

Aunque esta expresión no es estrictamente lineal en $1/T$ debido al término $-\ln(T)$, dicha contribución varía lentamente en el intervalo de temperaturas estudiado ($20^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}$). En consecuencia, la dependencia dominante es el término proporcional a $1/T$, por lo que experimentalmente se espera una relación aproximadamente lineal entre $\ln(n)$ y $1/T$.

4 Resultados

Se trabajó con dos conjuntos de datos experimentales, cuyos parámetros característicos se presentan a continuación.

Parámetros del experimento (Serie 1):

- Potencia: $P = 1.417 \text{ mW}$
- Intensidad del haz: $I = 67.97 \text{ mW cm}^{-2}$
- Parámetro de saturación: $s = 25.06$
- Sección eficaz efectiva: $\sigma_{\text{ef}} = 5.421 \times 10^{-15} \text{ m}^2$

Parámetros del experimento (Serie 2):

- Potencia: $P = 0.9 \text{ mW}$
- Intensidad del haz: $I = 43.33 \text{ mW cm}^{-2}$
- Parámetro de saturación: $s = 15.98$
- Sección eficaz efectiva: $\sigma_{\text{ef}} = 8.323 \times 10^{-15} \text{ m}^2$

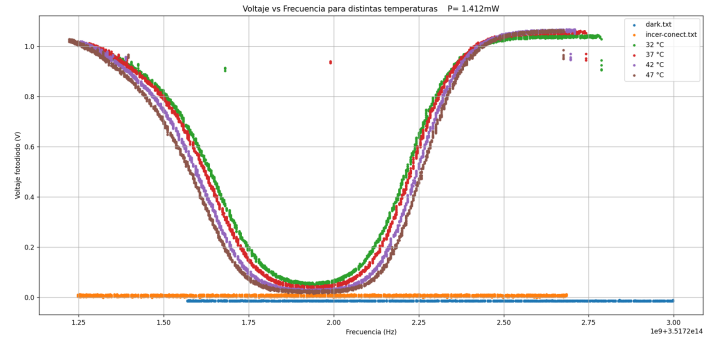
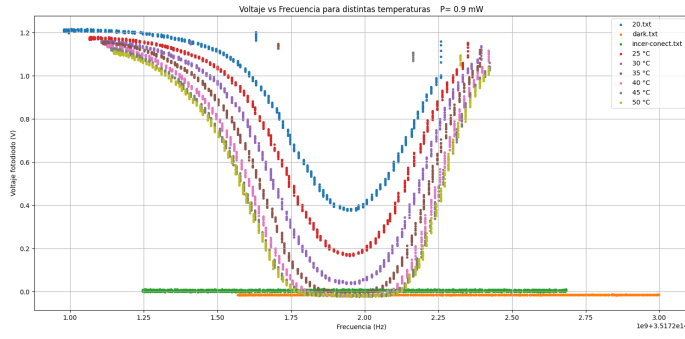


Figure 4: Comparación de las señales medidas en función de la frecuencia para las dos series experimentales.

Temperatura (°C)	Densidad (m ⁻³)	σ_n (m ⁻³)
32	7.365973×10^{15}	2.039986×10^{14}
37	8.441728×10^{15}	2.886522×10^{14}
42	1.015625×10^{16}	5.479490×10^{14}
47	1.096146×10^{16}	7.621441×10^{14}

Temperatura (°C)	Densidad (m ⁻³)	σ_n (m ⁻³)
20	1.700666×10^{15}	3.191879×10^{13}
25	2.776796×10^{15}	5.395058×10^{13}
30	4.498950×10^{15}	1.081061×10^{14}
35	7.119436×10^{15}	4.433624×10^{14}
40	9.180284×10^{15}	1.706209×10^{15}
45	∞	NaN
50	∞	NaN

Table 1: Comparación de las densidades atómicas obtenidas para los dos conjuntos de datos experimentales.

Al comparar las curvas de transmitancia obtenidas en las graficas 4 para ambos conjuntos de datos, es importante señalar que durante el procesamiento inicial se tomó como referencia de cero la señal (*laser desconectado*), la cual representa de manera precisa la ausencia total de señal óptica. Este nivel puede identificarse directamente en las gráficas, permitiendo una calibración más adecuada del cero experimental y, en consecuencia, una estimación más precisa de la transmitancia y de las magnitudes derivadas de ella.

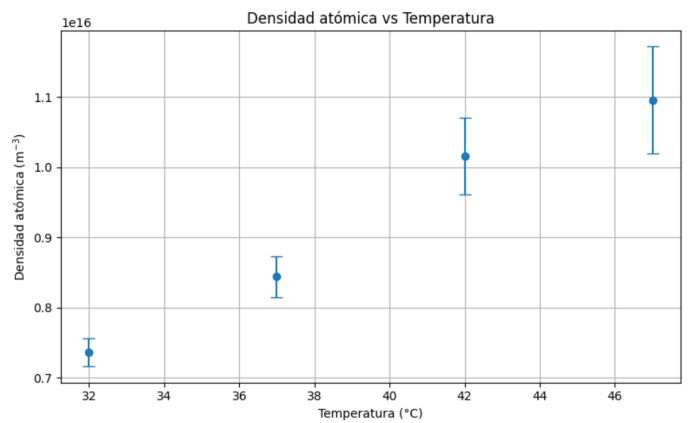
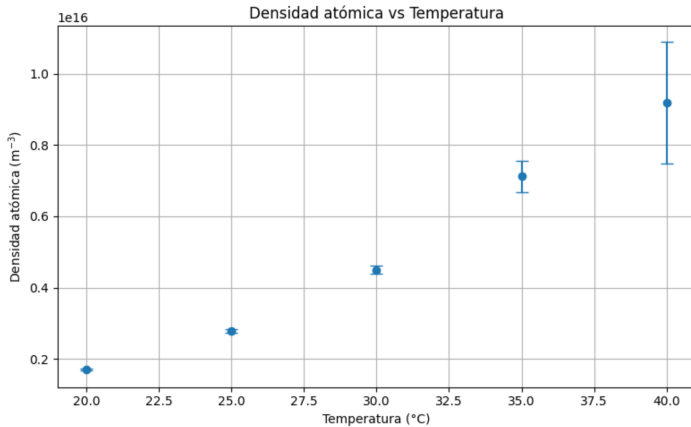


Figure 5: Comparación de la densidad atómica en función de la temperatura obtenida mediante los dos métodos de análisis empleados.

Las tablas 1 y las gráficas 5 de densidad en función de la temperatura evidencian un aumento de la densidad atómica al incrementar la temperatura de la celda. No obstante, para determinar la ley que gobierna dicho crecimiento y comprobar si coincide con el comportamiento esperado teóricamente, es necesario analizar las curvas obtenidas, las cuales permiten comparar directamente los resultados experimentales con el modelo previsto.

Adicionalmente, se observa que para el conjunto de datos de la izquierda las mediciones correspondientes a 45 °C y 50 °C no pudieron utilizarse para la determinación de la densidad atómica. A estas temperaturas la absorción

del medio fue tan elevada que la señal transmitida alcanzó el límite de detección del fotodiodo, produciendo una saturación efectiva de la medición. Como consecuencia, el voltaje mínimo registrado fue indistinguible de cero dentro de la resolución experimental, lo que conduce a profundidades ópticas extremadamente grandes y hace imposible obtener valores confiables de densidad mediante el procedimiento de análisis empleado.

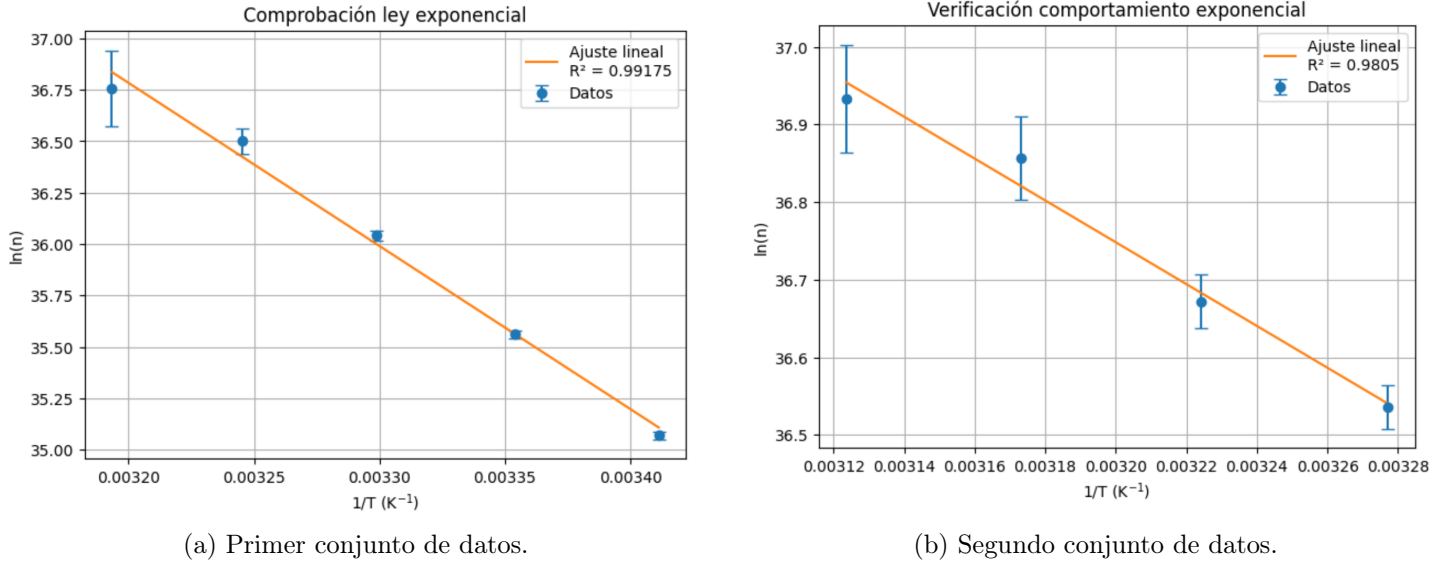


Figure 6: Ajustes lineales realizados para la determinación de los parámetros termodinámicos a partir de la densidad atómica en función de la temperatura.

Las gráficas obtenidas 6 muestran coeficientes de determinación $R^2 = 0.9805$ y $R^2 = 0.9918$, indicando un excelente acuerdo con la tendencia predicha por Clausius–Clapeyron 1. Estos resultados confirman que el incremento de la densidad atómica observado al aumentar la temperatura está gobernado por el aumento de la presión de vapor del Cesio y es consistente con el comportamiento esperado para un vapor alcalino en equilibrio térmico.

5 Conclusiones

Se estudió la absorción óptica de una celda de vapor de cesio utilizando un láser resonante con la línea D2 alrededor de 852 nm. A partir de las mediciones de transmitancia y del uso de la ley de Beer-Lambert fue posible estimar una densidad atómica efectiva del vapor para diferentes temperaturas.

Los resultados obtenidos muestran un incremento sistemático de la densidad atómica con la temperatura, comportamiento consistente con el aumento esperado de la presión de vapor del cesio. Asimismo, los ajustes realizados presentaron valores elevados del coeficiente de determinación R^2 , indicando una fuerte correlación entre los datos experimentales y el modelo empleado. Este resultado constituye una evidencia importante de la consistencia interna de las mediciones y de la capacidad del modelo para describir la tendencia física dominante del sistema.

Debido a que el ancho Doppler es comparable a las separaciones hiperfinas de la línea D2, la absorción observada corresponde a la contribución simultánea de varias transiciones hiperfinas. No obstante, la transición $F = 4 \rightarrow F' = 5$ representa la componente más intensa de la estructura espectral y coincide con la frecuencia de operación del láser, por lo que la utilización de su sección eficaz isotrópica proporciona una aproximación razonable para la estimación de la densidad atómica.

El análisis también mostró que la intensidad utilizada durante las mediciones excede ampliamente la intensidad de saturación de la transición, con un parámetro de saturación del orden de $s \approx 25$. Esto indica que el sistema opera fuera del régimen lineal ideal de absorción y que los efectos de saturación pueden modificar la sección eficaz efectiva respecto a su valor resonante de baja intensidad. Aunque estos efectos fueron considerados de manera aproximada mediante un modelo efectivo basado en un sistema de dos niveles, una descripción más rigurosa requeriría incorporar explícitamente la estructura hiperfina completa del cesio, la distribución Doppler de velocidades y la dinámica de poblaciones entre subniveles Zeeman.

References

- [1] N. Manrique, *Estabilización Activa de Frecuencia de un Láser de Diodo Mediante Espectroscopía de Absorción Saturada en Cesio*, Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, 2022.
- [2] D. A. Steck, *Cesium D Line Data*, Oregon Center for Optics and Department of Physics, University of Oregon, Versión 2.2.1, 2021.
- [3] TeachSpin, Inc., *Optical Pumping of Rubidium: Guide to the Experiment, Instructor's Manual*, OP1-A, TeachSpin, Inc., Buffalo, New York, 2002.
- [4] C. B. Alcock, V. P. Itkin y M. K. Horrigan, *Vapour Pressure Equations for the Metallic Elements: 298–2500 K*, Canadian Metallurgical Quarterly, Vol. 23, No. 3, pp. 309–313, 1984.