

Estadística de conteo de fotones y mediciones de ruido cuántico

Samuel Esteban Sánchez Rodríguez*
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.
(Dated: 9 de diciembre de 2024)

En óptica cuántica la luz se considera una corriente de fotones. Esta corriente tiene fluctuaciones debido a la naturaleza estocástica propia de los fotones. Las fluctuaciones de los fotones siguen tres tipos diferentes de distribuciones estadísticas: poissoniana, superpoissoniana y subpoissoniana. Las estadísticas poissonianas se caracterizan por tener una desviación estándar σ igual a la raíz cuadrada media \sqrt{n} ; las estadísticas superpoissonianas se caracterizan por $\sigma > \sqrt{n}$; las estadísticas subpoissonianas se caracterizan por $\sigma < \sqrt{n}$. En el modelo clásico, estas estadísticas corresponden a la luz de diferentes fuentes; la luz coherente en el modelo clásico corresponde a la estadística de Poisson y la luz térmica corresponde a la estadística superpoissoniana. Sin embargo, la estadística subpoissoniana no tiene una interpretación clásica y es una prueba directa de la naturaleza fotónica de la luz. Incluso para fuentes de luz de intensidad constante, se observan variaciones aleatorias en el número de conteos. El ruido asociado con estas mediciones se denomina shot noise. El shot noise es un tipo de ruido cuántico, su característica principal es que depende solo de la intensidad de la luz. En este trabajo, se utilizaron técnicas de conteo de fotones para caracterizar las estadísticas de la luz coherente y la luz pseudotérmica, así como para medir el ruido cuántico. Las técnicas de conteo de fotones requieren rayos de luz de baja intensidad y utilizan un fotodetector muy sensible junto con un contador electrónico para registrar la cantidad de fotones dentro de un intervalo de tiempo τ especificado por el usuario. Este enfoque demostró con éxito que las estadísticas de Poisson y las estadísticas superpoissonianas se aplican a la luz coherente y la luz pseudotérmica. Las mediciones de ruido cuántico caracterizaron con éxito el shot noise como fluctuaciones de fotones que dependen solo de la intensidad de la luz.

I. INTRODUCCIÓN

en esta sección se introducen el concepto de estadística de fotones, relación entre estadística de fotones y el modelo clásico, las bases del conteo de fotones y el ruido cuántico.

En óptica cuántica nos interesa estudiar las consecuencias de considerar a la luz como una corriente de fotones en lugar de una onda clásica. Las corrientes de fotones tienen fluctuaciones como resultado de la naturaleza estocástica de los propios fotones. Esto permite clasificar las corrientes de fotones por la estadística que presentan sus fluctuaciones. Las fluctuaciones muestran tres tipos de estadística distintos, poissoniana, super poissoniana y sub poissoniana[1]. Las estadísticas poissonianas se caracterizan por tener una desviación estándar σ igual a la raíz cuadrada media \sqrt{n} ; las estadísticas superpoissonianas se caracterizan por $\sigma > \sqrt{n}$; las estadísticas subpoissonianas se caracterizan por $\sigma < \sqrt{n}$. En el modelo clásico, estas estadísticas corresponden a luz de diferentes fuentes; la luz coherente en el modelo clásico corresponde a la estadística de Poisson. La luz térmica corresponde a la estadística superpoissoniana. Sin embargo, la estadística subpoissoniana no tiene una interpretación clásica y es una prueba directa de la naturaleza fotónica de la luz. A lo largo de este documento se enfocara en la luz coherente y térmica.

Para entender estas estadísticas considere un segmento de largo L de una corriente de fotones como la que se observa en la figura 1. Al escoger un segmento de esta corriente la probabilidad de observar K fotones durante un intervalo de tiempo τ esta dada por la formula de Mendel.

$$P(W) = \int_0^\infty \frac{(\alpha W)^K}{K!} e^{-\alpha W} P_W(W) dW \quad (1)$$

Donde α es una constante, W es la energía del haz por unidad de área en un tiempo dado y P_W es la densidad de probabilidad de W

$$W = \int \int_A \int_0^\tau I(x, y, \tau) dx dy dt \quad (2)$$

W es una función de depende la intensidad I de la corriente de fotones. Si se tiene una fuente de luz coherente la intensidad es constante entonces W es una función bien definida y $P(W) = \delta(W - \bar{W})$. De esta forma el resultado de la integración de la ecuación 1 es

$$P(K) = \frac{\bar{K}^K}{K!} e^{-\bar{K}} \quad (3)$$

Note que esta es la forma de una estadística poissoniana. Por otro lado, la luz térmica presenta fuertes variaciones en su intensidad que no pueden ser ignoradas, de modo PW toma la forma $P(W) = \frac{1}{\bar{K}} \text{Exp}(-\frac{K}{\bar{K}})$ y se obtiene

$$P(K) = \frac{1}{1 + \bar{K}^K} \left(\frac{\bar{K}}{1 + \bar{K}^K} \right)^K \quad (4)$$

* se.sanchezr1@uniandes.edu.co

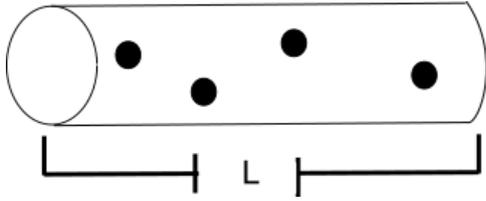


Figura 1. segmento de largo L de una corriente de fotones

Esta estadística corresponde a la estadística de Bose-Einstein que sigue una estadística super poissoniana ($\sigma > \sqrt{\bar{n}}$) y que desde el modelo clásico predice la luz térmica. A lo largo de este documento se va a estar trabajando con una fuente de luz pseudo-térmica, la luz pseudo-térmica es un tipo de luz que cuenta con una estadística super poissoniana intermedia entre la estadística poissoniana y la estadística de Bose-Einstein. No se genera directamente a partir de procesos térmicos. En su lugar se produce utilizando métodos experimentales, como hacer pasar un haz de luz coherente (por ejemplo, de un láser) a través de un medio dispersivo o una superficie rugosa en movimiento, como un disco esmerilado.

Experimentalmente estas estadísticas se pueden estudiar mediante técnicas de conteo de fotones[2]. Las técnicas de conteo de fotones se aplican a haces de luz de baja intensidad para generar conteos de fotones individuales a lo largo de un tiempo determinado. Las bases de estas técnicas de conteo requieren de un detector que sea capaz de detectar fotones y un contador que pueda recibir las señales del contador. Usualmente se utiliza un tubo fotomultiplicador (PMT) o un avalanche photodiode (APD) como detector, de esta forma aprovechando el efecto fotoeléctrico se consigue un conteo de fotones con una cierta eficiencia cuántica η . La eficiencia cuántica del contador se define como la razón de fotoconteos con respecto a los fotones incidentes[1]. Los contadores tienen un máximo de número de conteos por unidad de tiempo, determinado por la eficiencia cuántica de los contadores y la potencia del láser. Por lo general se pueden realizar 10^6 conteos por segundo, esto limita la potencia del láser a aproximadamente $10^{-11}W$ [3]. De modo que los conteos de fotones en términos del flujo de la corriente de fotones son

$$N(T) = \eta\Phi T \quad (5)$$

El ruido asociado a las mediciones de conteo de fotones es el ruido cuántico. El ruido cuántico es una manifestación del principio de incertidumbre. En particular, el shot noise, una forma de ruido cuántico, se refiere a las fluctuaciones en la cantidad de fotones detectados debido a la naturaleza discreta de los fotones. Incluso un haz coherente con intensidad constante presenta

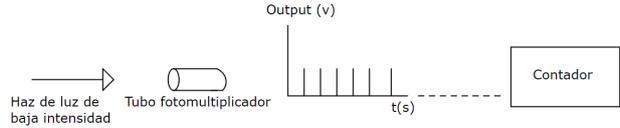


Figura 2. El haz de luz viaja hasta el tubo foto multiplicador (PMT), en respuesta el PMT emite pulsos de voltaje a lo largo del tiempo definido por el usuario. Estos pulsos son registrados por un contador. El contador puede ser un sistema electrónico como el Qtau o un osciloscopio.

fluctuaciones en el número de fotones que se pueden contar. La característica principal del shot noise es que es un tipo de ruido que depende únicamente de la intensidad de la luz. Considerando un número de conteos promedio como $R = \frac{N}{T}$ se puede definir una estadística \mathbb{P} , sobre el número de conteos. Es decir dado un tiempo t cuantos conteos se espera observar. considere nuevamente el segmento de corriente de fotones de la figura 1, si la distancia entre los fotones fuera constante se obtendría una estadística constante, para todo tiempo t se observarían la misma cantidad de fotones. Sin embargo, los fotones tienen una naturaleza estocástica y su posición tiene fluctuaciones. Como resultado la estadística de los conteos \mathbb{P} será la estadística de las fluctuaciones de los fotones, es decir del shot noise. La probabilidad de observar K fotones en un tiempo t es

$$\mathbb{P}_0(t) = \frac{(Rt)^K}{K!} e^{-Rt} \quad (6)$$

El objetivo de este documento es caracterizar las estadísticas de fuentes de luz coherentes y pseudo-térmica para establecer una relación entre la estadísticas de los fotones en la mecánica cuántica y las fuentes de luz en el modelo clásico. Así mismo se busca realizar mediciones de shot noise que permitan caracterizarlo como un tipo de ruido que depende únicamente de la intensidad de la luz.

II. MARCO EXPERIMENTAL

Para el conteo de fotones se utilizó el siguiente equipo a saber: láser de 405 nm, filtros de densidad neutra, espejos, disco esmerilado, colector, fibra óptica multimodo, single photon counting module (SPCM), Qtau. El SPCM se utiliza como detector y el Qtau como contador. El montaje que se utilizó consiste en un camino óptico que dirige el haz de luz hacia el SPCM. Para la longitud de onda que se utilizó el SPCM muestra una eficiencia cuántica de aproximadamente 25 %. Este montaje permite caracterizar la estadística de una fuente de luz coherente y una pseudo-térmica. Puede con-

sultar la figura 3 para mas información sobre el montaje utilizado para el conteo de fotones.

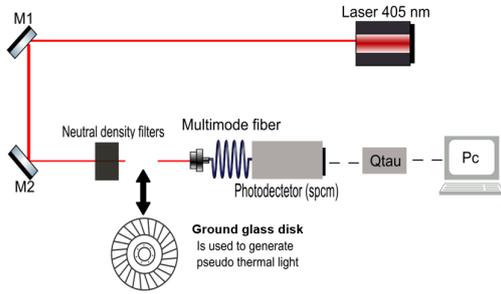


Figura 3. La figura muestra el montaje que se empleó para el conteo de fotones. Se utilizó un láser de 405 nm como fuente de luz coherente. Para crear luz pseudo-térmica se utiliza el disco esmerilado (ground glass disk). Para garantizar la baja intensidad se utilizaron filtros de densidad neutra, la intensidad que llega al SPCM es del orden de μW . es necesario ser cuidadoso con la intensidad de la luz, pues de lo contrario se puede dañar el SPCM. La luz se captura en una fibra multimodo con ayuda de un colector y se lleva hasta el SPCM (single photon counting module). Los conteos del SPCM son recibidos por el Qtau y posteriormente analizados en un computador.

Para las mediciones de ruido cuántico se utilizó el siguiente equipo a saber, un láser de 852 nm, espejos, filtros de densidad neutra, fotodiodo FDS-100 de thorlabs [4], spectrum analyzer, una resistencia de 250 k Ω , una capacitancia de 100 nF y un amplificador operacional opam741. El montaje detallado en la figura 4 permite, a través del análisis de espectro, caracterizar el shot noise como un parámetro que depende unicamente de la intensidad del haz de luz[5]. En la figura 5 puede consultar mas información sobre la electrónica del fotodiodo FDS-100.

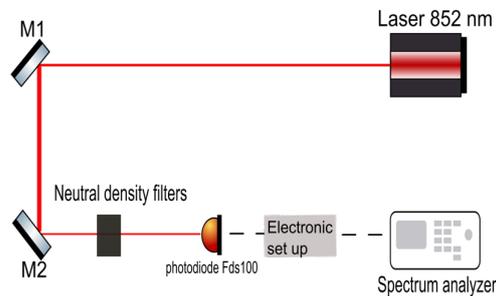


Figura 4. La figura muestra el montaje que se utilizó para las mediciones de ruido cuántico. Se utilizó un láser infra rojo de 852nm. Se redujo su intensidad con filtros de densidad neutra y se hizo incidir el haz en un fotodiodo FDS-100. Con ayuda del circuito electrónico detallado en la figura 5 se estudio el espectro del haz en el spectrum analyzer.

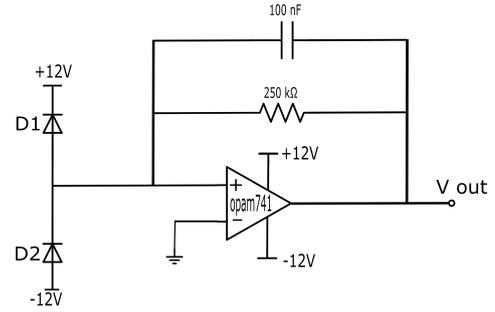


Figura 5. La electrónica que se empleó para la toma de datos consiste en un filtro pasa altas con amplificación. El objetivo de esta electrónica es bloquear señales de baja frecuencia que se asocian con ruidos clásicos como las cuentas oscuras o el ruido electrónico[6]. Esto se hace para aislar el shot noise, pues es un tipo ruido muy pequeño que suele ser opacado por otras fuentes de ruido. Por este mismo motivo se incluye una amplificación. El montaje que se ve en la imagen corresponde a un restador y fue el empleado en la toma de datos, sin embargo, para la reproducibilidad del experimento no es necesario tener 2 foto diodos.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Estadística de conteo de fotones con luz Coherente

Con el montaje detallado en la figura 3 se realizó un barrido de intensidades desde 6 mW hasta 1.9 mW. Se realizaron 14 tomas cada una con un tiempo τ de 60 segundos. El qtau se configura a un tiempo de 100ms, es decir, para cada intensidad se capturaron aproximadamente 600 datos. Se construyó un histograma sobre los conteos observados para cada intensidad. Para una fuente coherente se espera observar una estadística caracterizada por $\sigma = \sqrt{n}$. En la figura 6 puede observar el histograma correspondiente a la una intensidad de 4.8 mW ajustado a una estadística poissoniana. En la figura 7 se hallan las desviaciones estándar y la raíz cuadrada media para cada intensidad. note que la pendiente obtenida es de 1.13, muy cercana a 1. Este resultado en la pendiente corresponde a la característica que define la estadística poissoniana. Se observó que con el aumento de la intensidad aumento el numero promedio de conteos, esto es una consecuencia de que un aumento en intensidad es equivalente a aumentar el numero de fotones por segmento en una corriente de fotones. Mas interesante aun es el aumento de la desviación estándar con la intensidad, esto da cuenta de un tipo de ruido que aumenta con la intensidad del haz. En la figura 8 se observa una relación lineal entre la desviación estándar y la intensidad de la luz. Este aumento corresponde a que al aumentar el numero de fotones en la corriente de fotones, aumentan las fluctuaciones en la intensidad del haz, esto resulta en un aumento de shot noise.

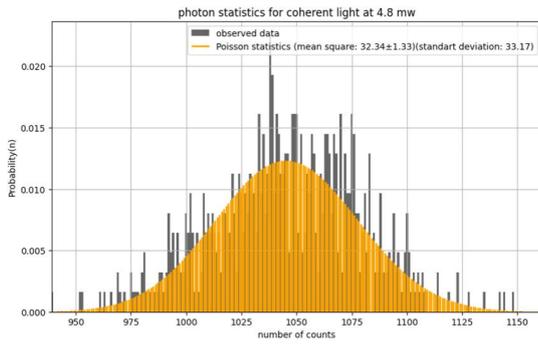


Figura 6. La imagen presenta la estadística obtenida para una intensidad de 4.8 mW con fuente coherente. Se observa una desviación estándar de 33.17, muy cercana a la raíz cuadrada media de 32.34 ± 1.33 . La incertidumbre en la raíz cuadrática media corresponde a la incertidumbre propagada de el contador Q_{τ} . En el eje vertical se halla la probabilidad de observar un cierto numero de conteos por cada 100 ms. En Naranja puede observar un ajuste a una estadística poissoniana.

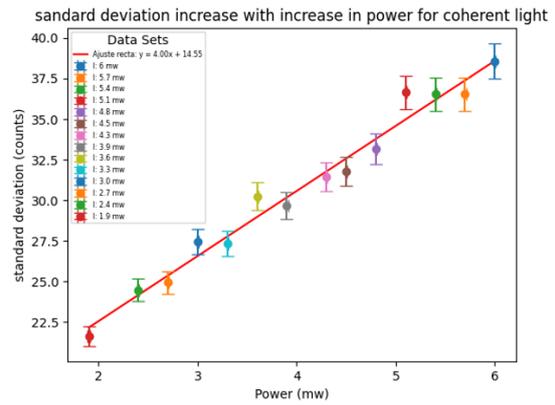


Figura 8. El incremento lineal de desviación estándar con el aumento de intensidad del haz muestra una relación directa con la naturaleza del shot noise como una forma de ruido que depende unicamente de la intensidad del haz.

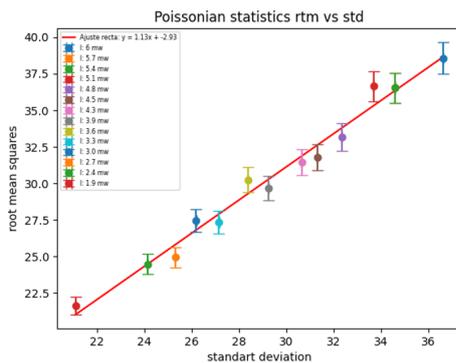


Figura 7. Los datos observados concuerdan con la teoría para la estadística de una fuente coherente, $\sigma = \sqrt{n}$, pues presentan una pendiente de 1.13 muy cercana a 1. Note que ambas cantidades aumentan con el aumento de la intensidad. Este incremento esta relacionado con el aumento de fotones por segmento de corriente y el aumento del shot noise. Este incremento también produce que las barras de error se ensanchen con el aumento de la potencia.

Estadística de conteo de fotones con luz pseudo-térmica

Con el montaje detallado en la figura 3 pero esta vez incluyendo el disco esmerilado se realizo un barrido de intensidades desde 5mW hasta 1.6 mW. Se realizaron 18 tomas de datos con las mismas condiciones de la luz coherente. Para la luz pseudo-térmica se espera observar una estadística super poissoniana caracterizada por $\sigma > \sqrt{n}$. En la figura 9 se halla el histograma correspondiente a una intensidad de 5.2 mW. En este caso no se ajustan los datos pues la estadista de la luz pseudo-térmica no es poissoniana ni Bose-einstein, es un punto intermedio que no ajusta a ninguno de los 2 modelos. Sin embargo, es claro que cumple con la condición de estadística súper poissoniana, pues el valor de desviación estándar es mayor a la raíz cuadrada media. Esto se observa con mayor claridad en la figura 10. En este caso se observo una pendiente de 3.78 claramente mayor a 1. Nuevamente se observo el mismo comportamiento relacionado con la intensidad.

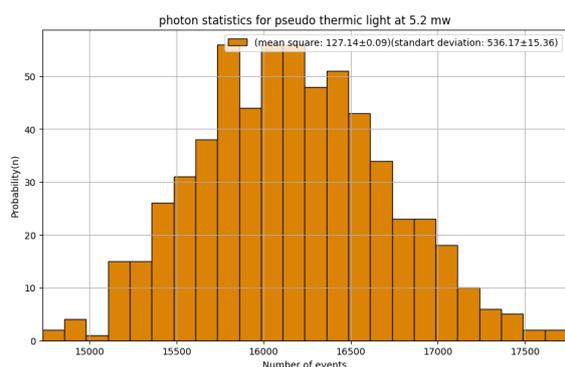


Figura 9. La imagen presenta la estadística obtenida para una intensidad de 5.2 mW con fuente pseudo-térmica. Se observe una desviación estándar de 556.17 ± 15.36 , mucho mayor a la raíz cuadrada media de 127.14 ± 0.09 . En el eje vertical se halla la probabilidad de observar un cierto numero de conteos por cada 100 ms.

standard deviation increase with increase in power for pseudo thermic

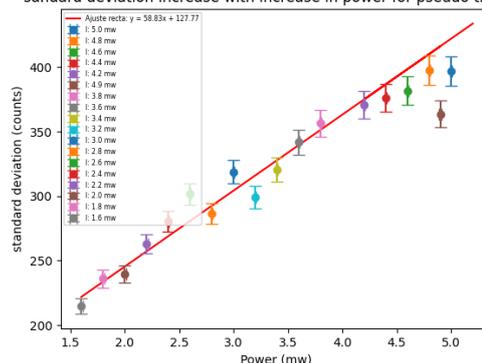


Figura 11. El incremento lineal de desviación estándar con el aumento de intensidad del haz muestra una relación directa con la naturaleza del shot noise como una forma de ruido que depende unicamente de la intensidad del haz.

Mediciones de ruido cuántico

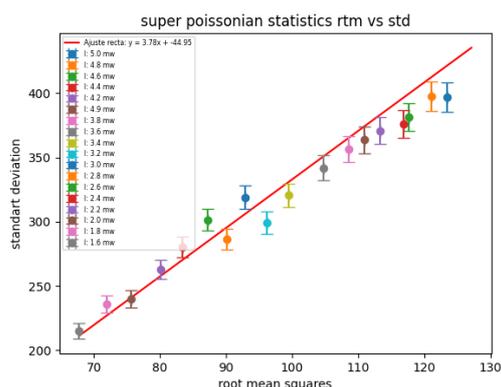


Figura 10. Los datos observados concuerdan con la teoría para la estadística de una fuente pseudo-térmica, $\sigma > \sqrt{\bar{n}}$. En comparación a la luz coherente la luz pseudo-térmica presenta un promedio y una desviación estándar mucho mayores. Esto se debe a que la luz pseudo-térmica emula la estadística de la luz térmica, es decir tiene una intensidad con fuertes fluctuaciones

Con el montaje y la electrónica detallados en las figuras 4 y 5 se realizó un barrido de frecuencia desde $6.44 \mu\text{W}$ hasta $0.68 \mu\text{W}$. Se tomaron 11 datos y se estudio su espectro en un rango de frecuencias desde 0 Hz hasta 10 MHz. Manteniendo todos los parámetros constantes y variando unicamente la intensidad se observó una subida en el espectro del haz. Esta subida en el espectro se asocia directamente con el shot noise, en este contexto la medida de shot noise se escribe en decibelio mili voltio (Dbm), comunmente referido como noise power. Se observó que el aumento de shot noise era mas visible en una franja de 1MHz a aproximadamente 6 MHz. En la figura 12 se halla el espectro observado para 3 intensidades representativas. El clearance se define como la diferencia entre el máximo aumento de shot noise y la medida mínima. De esta forma en estas mediciones se observó un clearance de 4.29 Dbm. En la figura 13 puede consultar el noise power para cada intensidad en un valor de frecuencia especifico. Note que el noise power es mayor para las mediciones con mayor intensidad. Las oscilaciones en el espectro se pueden deber a el tipo de alimentación que se le dio al circuito, una fuente AC. Se espera que el uso de una fuente DC reduzca estas oscilaciones. Finalmente, aunque el clearance obtenido es lo suficientemente grande como para diferenciarse del ruido electrónico, puede no ser suficiente para algunas medidas. Para aumentar el clearance se recomienda usar una electrónica que no solo bloquee las frecuencias bajas sino que las separe, así mismo se sugiere usar amplificación mayor o intensidades mayores.

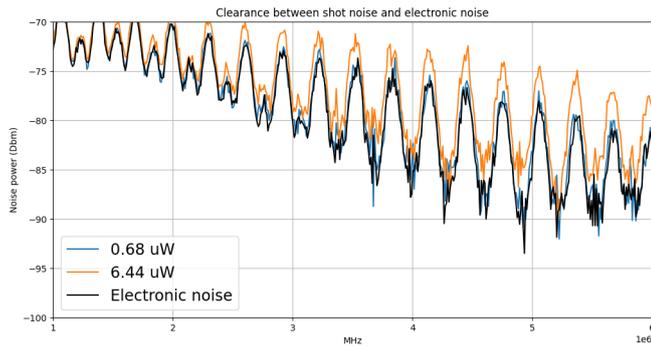


Figura 12. La grafica muestra el espectro para la frecuencia maxima, la minima y el laser apagado. La medicion con laser apagado se asocia a el electronic noise.

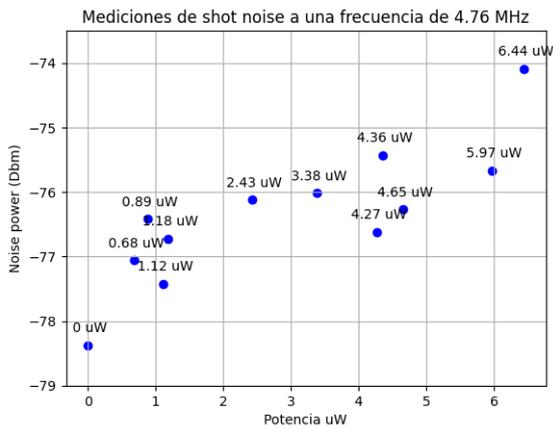


Figura 13. Mediciones de noise power para cada intensidad a una frecuencia de 4.76 MHz. Se escogió esta frecuencia porque corresponde con un pico bien definido en el espectro. El aumento en noise power con la intensidad muestra una clara relación entre el shot noise y la intensidad. Este comportamiento en el noise power permite asegurar que los cambios en el espectro se deben a el shot noise como fuente de ruido y no a otras formas de ruido, recuerde que el circuito del foto diodo bloquea bajas frecuencias.

IV. CONCLUSIONES

Se observo una clara relación entre las estadísticas de los fotones en el modelo cuántico de la luz y las fuentes de luz en el modelo clásico de la luz. Se caracterizo exitosamente la estadística poissoniana propia de la luz coherente y la estadística súper poissoniana de la luz pseudo-térmica. El conteo de fotones permitió identificar una relación entre la desviación estándar de las estadísticas y la intensidad de la luz. Esta relación se asocia directamente con la naturaleza del shot noise como una fuente de ruido que depende unicamente de la intensidad. Por otro lado, Las mediciones de ruido cuántico presentaron una forma de cuantificar el shot noise como noise power. Se observo que este es un tipo de ruido es de alta frecuencia, lo que lo diferencia de otras formas de ruido clásico. Finalmente, se identificaron posibles cambios que podrías permitir mediciones de shot noise con un clearance mayor. Los cambios identificados fueron, separación de frecuencias en la electrónica del fotodiodo, incremento en la amplificación del circuito y aumento en la intensidad del haz.

- [1] Mark Fox. *Quantum Optics: An Introduction*. Oxford University Press, Oxford, 2006.
- [2] P. Koczyk, P. Wiewiór, and C. Radzewicz. Photon counting statistics—undergraduate experiment. *American Journal of Physics*, 64(3):240, 1996.
- [3] Práctica 1: Técnicas de medición, 2022.

- [4] Thorlabs. Fds100 - si photodiode, 10 ns rise time, 350 - 1100 nm, 3.6 mm x 3.6 mm active area, February 2000.
- [5] S. Lang, S. Zhang, X. Li, Y. Niu, and S. Gong. Low noise balanced homodyne detector for quantum noise measurement. *IEEE Access*, 10:1–9, Mar. 2022.
- [6] B. M. Oliver. Thermal and quantum noise. *Proceedings of the IEEE*, 1965.