Caracterización Experimental de Qubits en el Computador Gemini SpinQ

Miguelangel García Castillo

30 de Mayo de 2025

1 Resumen

Se caracterizó el comportamiento de un qubit en el computador cuántico *Gemini SpinQ*, basado en resonancia magnética nuclear. Se utilizó una muestra de $(CH_3O)_2POH$, cuyos núcleos de hidrógeno-1 y fósforo-31 presentan espín 1/2. Bajo un campo magnético de $6{,}5\,T$, se identificaron los estados cuánticos $|0\rangle$ y $|1\rangle$.

Las frecuencias de Larmor fueron de 28,10 MHz y 11,37 MHz, con señales que mostraron perfiles lorentzianos. Se observaron oscilaciones de Rabi con un periodo de $160\,\mu$s, y se determinaron los tiempos de relajación T_1, T_2^* y T_2, verificando que $T_2^* < T_2 < T_1$.

Los resultados obtenidos permiten estimar los tiempos de operación y coherencia del qubit, fundamentales para el control de compuertas cuánticas en este tipo de sistema.

2 Introducción

En este proyecto, se estudian diversos fenómenos físicos para entender y controlar el comportamiento de un qubit en el computador cuántico Gemini SpinQ. Este dispositivo opera mediante resonancia magnética nuclear, como se muestra en 1. La muestra utilizada en este experimento es $(CH_3O)_2POH$, cuyos átomos de hidrógeno-1 y fósforo-31 poseen un espín nuclear de 1/2 debido a la configuración impar-par de sus protones y neutrones. En general, los protones tienden a acoplarse con neutrones de carga opuesta, lo que provoca que solo quede una partícula sin pareja, determinando así el espín total del núcleo [1]. En el caso del hidrógeno-1, su núcleo está compuesto por un solo protón (impar) y ningún neutrón (par), mientras que el fósforo-31 tiene 15 protones (impar) y 16 neutrones (par), lo que da como resultado un espín nuclear de 1/2 en ambos casos [2].

Cuando se somete la muestra a un campo magnético externo homogéneo y constante en la dirección z, es decir, $B = B_0\hat{z}$ con $B_0 = 6.5T$, los espines de los átomos tienden a alinearse con este campo. El momento magnético neto del sistema es proporcional a la suma de los espines individuales de los átomos, estableciendo así el qubit en un sistema de dos niveles: $|0\rangle$ (alineado paralelamente con el campo) y $|1\rangle$ (alineado antiparalelamente con el campo).

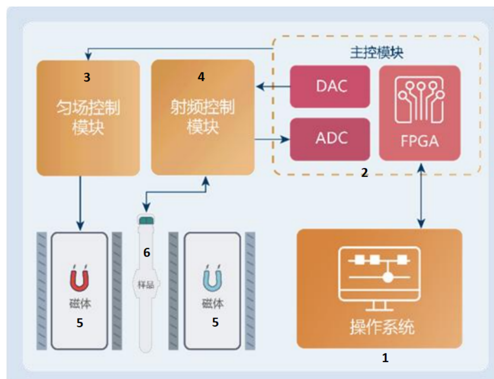

Figure 1: Diagrama del sistema. 1: Sistema operativo; 2: Módulo de control principal (DAC: Convertidor Digital-Analógico, ADC: Convertidor Analógico-Digital, FPGA: Matriz de Puertas Programable en Campo); 3: Módulo de control de homogeneidad del campo; 4: Módulo de control de radiofrecuencia; 5: Imanes; 6: Muestra. [3]

El Hamiltoniano del sistema está dado por:

$$H = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \tag{1}$$

donde $\boldsymbol{\mu} = \gamma\mathbf{S}$ representa el momento dipolar magnético, γ es la razón giromagnética y $\mathbf{S}$ es el operador de espín.

Los valores propios del operador S_z son $m_s\hbar$, por lo que la energía de los estados cuánticos es:

$$E = -\hbar\gamma m_s B_0 \tag{2}$$

Para los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, las energías correspondientes son:

$$E_0 = -\frac{\hbar\gamma B_0}{2}, \quad E_1 = \frac{\hbar\gamma B_0}{2} \tag{3}$$

lo que define la diferencia de energía entre ambos niveles, por lo tanto, la energía necesaria para que exista una transición de fase es [4]:

$$\Delta E = \hbar\gamma B_0 \tag{4}$$

3 Resultados

3.1 Frecuencia de Larmor

El momento magnético neto del sistema se descompone vectorialmente, y sus componentes en x e y están dadas por:

$$M_x(t) = |M_{xy}(t_0)| \cos(2\pi\omega_0 t + \phi) e^{-t/T_2} \tag{5}$$

$$M_y(t) = |M_{xy}(t_0)| \sin(2\pi\omega_0 t + \phi) e^{-t/T_2} \tag{6}$$

El término exponencial representa el fenómeno de *free induction decay* (FID). La frecuencia de resonancia de los núcleos en la muestra es:

$$\omega_0 = \gamma B_0 \tag{7}$$

Para esta configuración, las frecuencias de resonancia son:

- Hidrógeno-1: 28.096996 MHz
- Fósforo-31: 11.373917 MHz

Aplicando la transformada de Fourier a M_x y M_y, se obtienen funciones de tipo Lorentziana:

$$L_{M_x} = \frac{|a_l|(\cos\phi\lambda + \sin\phi(\omega - \omega_0))}{\lambda^2 + (\omega - \omega_0)^2} \tag{8}$$

$$L_{M_y} = \frac{|a_l|(\sin(\phi)\lambda - \cos(\phi)(\omega - \omega_0))}{\lambda^2 + (\omega - \omega_0)^2} \tag{9}$$

donde $|a_l|$ es proporcional a la magnitud de M_{xy}, representando la amplitud de la señal en la transformada de Fourier, y λ es una constante que refleja la rapidez con la que decae la señal.

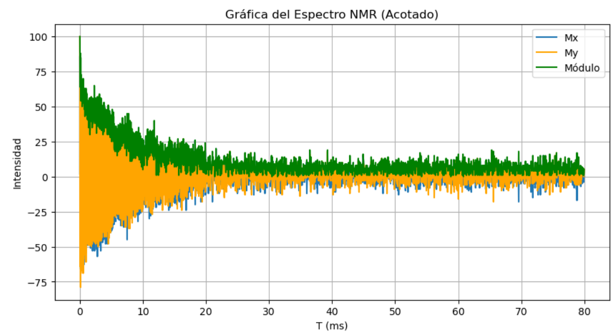

Figure 2: Mediciones del momento magnético neto para el fósforo con un desfase de $\phi = \frac{\pi}{2}$. Se muestran las componentes M_x y M_y, así como su magnitud.

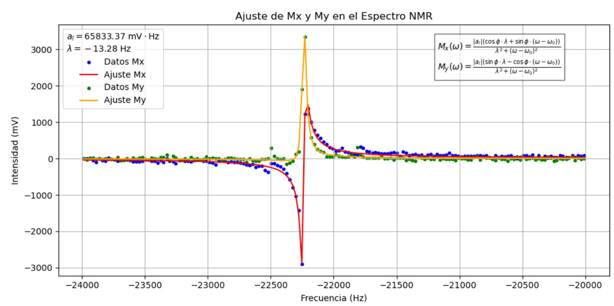

Figure 3: Transformada de Fourier de la señal en la Figura 2. Se observa que M_x presenta una forma de Lorentziana dispersiva, mientras que M_y exhibe una forma lorentziana absorptiva.

3.2 Oscilaciones de Rabi

Considerando el montaje mostrado en la Figura 4, si se aplica un voltaje oscilante al alambre, se genera un campo magnético alterno en el eje x. Esto provoca que el momento magnético neto del sistema varíe de la misma forma que el campo aplicado.

El momento magnético total en función del tiempo de aplicación del campo de radiofrecuencia t_{Rabi} está dado por:

$$M_x(t_{Rabi}) = |M| \cos(\phi_{RF} - \pi/2) \sin(\theta) \tag{10}$$

$$M_y(t_{Rabi}) = |M| \sin(\phi_{RF} - \pi/2) \sin(\theta) \tag{11}$$

donde $\theta = 2\pi\omega_1 t_{Rabi}$, con $\omega_1 = \gamma B_1/(2\pi)$, y B_1 es la

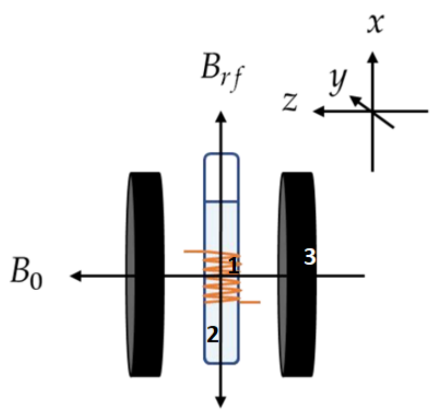

Figure 4: Diagrama del sistema con campo oscilante. 1: Alambre con voltaje oscilante; 2: Muestra $((CH_3O)_2POH)$; 3: Imanes que generan un campo magnético homogéneo.

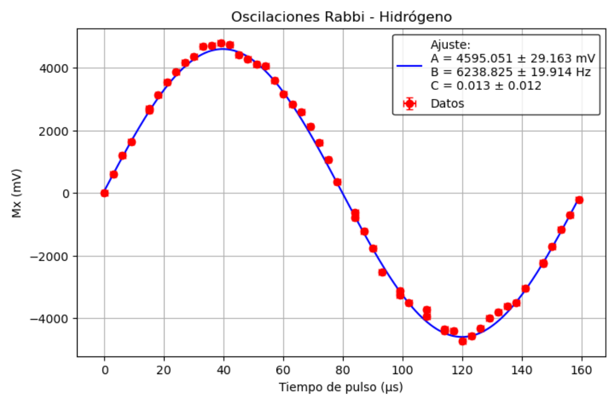

Figure 5: Oscilaciones de Rabi de la muestra $((CH_3O)_2POH)$. La señal muestra la evolución del momento magnético neto en función del tiempo de aplicación del pulso de radiofrecuencia. La amplitud de la oscilación depende de la duración del pulso y de la intensidad del campo de radiofrecuencia aplicado.

amplitud del campo magnético oscilante. El parámetro θ representa el ángulo polar; a medida que el campo de radiofrecuencia permanece encendido, varía la amplitud de probabilidad de los estados.

Si se introduce un desfase de $\pi/2$ en la señal de radiofrecuencia, el momento magnético se proyecta únicamente sobre el eje x, simplificándose a:

$$M_x(t_{Rabi}) = |M| \sin(2\pi\omega_1 t_{Rabi}) \tag{12}$$

3.3 Tiempos de Relajación

En un sistema cuántico, como un qubit, los tiempos de decoherencia son fundamentales para caracterizar su comportamiento dinámico y determinar cuánto tiempo es posible mantener información cuántica útil antes de que se degrade por efectos ambientales. Existen tres tiempos característicos: T_1, T_2^* y T_2, cada uno asociado a diferentes mecanismos de pérdida de coherencia.

3.3.1 Tiempo T_1: Relajación Longitudinal

El tiempo T_1, o tiempo de relajación longitudinal, describe cuánto tarda un sistema en relajar desde el estado excitado $|1\rangle$ al estado base $|0\rangle$. Este proceso es consecuencia de la interacción del sistema con el entorno, a través de la emisión de energía hacia el medio [3]. El comportamiento de la componente longitudinal de la magnetización M_z a lo largo del tiempo puede modelarse con la siguiente expresión:

$$M_z(t) = M_{z0} + (M_z^{\mathrm{eq}} - M_{z0}) \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right)$$

donde M_{z0} representa el valor desde que comienza a decaer, M_z^{eq} representa el valor de equilibrio térmico. Este tiempo proporciona información sobre la estabilidad energética del qubit, es decir, cuánto tiempo puede mantenerse en un estado excitado antes de relajar a su estado fundamental. En aplicaciones prácticas, un T_1 largo permite operar con el qubit sin que su estado poblacional cambie espontáneamente.

3.3.2 Tiempo T_2^*: Tiempo de Decaimiento de Rabi

El tiempo T_2^*, conocido como tiempo de decaimiento de Rabi, describe cuánto tiempo se mantiene la coherencia entre los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$ en presencia de fluctuaciones del entorno [3]. Es un indicador de cuánto tiempo se conserva la información de fase del qubit, fundamental en muchas operaciones cuánticas.

Su evolución se puede describir mediante una caída exponencial de la magnitud de la componente transversal

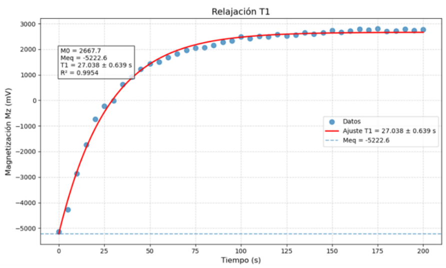

Figure 6: Medición del tiempo de relajación longitudinal T_1 mediante la secuencia de inversión-recuperación. Se mide la componente M_z después de aplicar un pulso π y dejar evolucionar el sistema durante distintos intervalos τ, seguido de un pulso $\pi/2$ para leer la señal. La recuperación exponencial de M_z permite extraer T_1

de la magnetización M_{xy}:

$$|M_{xy}(t)| = |M_{xy}(0)|\, e^{-t/T_2^*}$$

Este tiempo suele ser más corto que T_1 y limita el número de operaciones que pueden realizarse sobre el qubit antes de que se pierda la coherencia. La pérdida de esta coherencia implica una pérdida de información sobre la fase relativa entre los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, lo cual es crítico para el funcionamiento correcto de algoritmos cuánticos.

3.3.3 Tiempo T_2: Tiempo de Relajación Transversal

El tiempo T_2, o tiempo de coherencia transversal verdadera, mide el tiempo durante el cual se mantiene la coherencia entre los estados cuánticos, pero corrigiendo ciertos efectos indeseados del entorno que afectan a T_2^*. Para medir este tiempo se emplea una técnica conocida como *Spin Echo*, que permite eliminar las fluctuaciones estáticas del entorno y aislar el verdadero proceso de pérdida de coherencia. [3]

La secuencia experimental consiste en excitar primero el qubit desde el estado $|0\rangle$ al estado $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ utilizando un pulso $R_y(\pi/2)$. Luego, se permite que el sistema evolucione durante un tiempo t, aplicando pulsos $R_x(\pi)$ en los instantes $t/2$ y t. Esta inversión de espín genera un eco cuántico, al re-alinear los espines que se habían desincronizado debido a inhomogeneidades del entorno. Finalmente, se realiza la medición del estado resul-

*

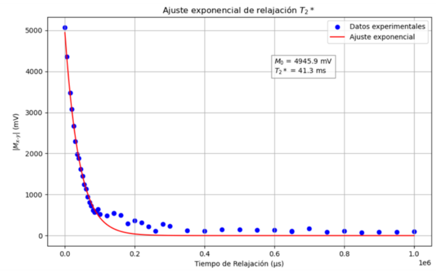

Figure 7: Medición del tiempo de decaimiento de Rabi T_2^* mediante una secuencia de pulso libre de inducción (FID). Después de un pulso $\pi/2$, se mide la señal transversal M_{xy} directamente sin corrección de inhomogeneidades del campo. La caída rápida de la señal representa el efecto combinado de la relajación y las inhomogeneidades locales, caracterizado por T_2^*.

tante. Este procedimiento permite extender el tiempo útil

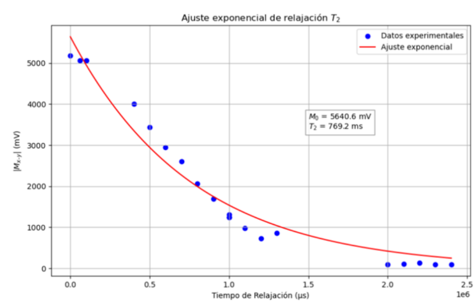

Figure 8: Medición del tiempo de relajación transversal T_2 mediante la secuencia de eco de spin. Después de un pulso $\pi/2$, los espines evolucionan durante un tiempo τ, se aplica un pulso π y se mide el eco en 2τ. El decaimiento exponencial de la amplitud del eco en función de 2τ permite estimar T_2.

en el que la información cuántica se mantiene coherente. El tiempo T_2 es, por tanto, una medida más precisa de la duración de la coherencia cuántica, excluyendo efectos reversibles.

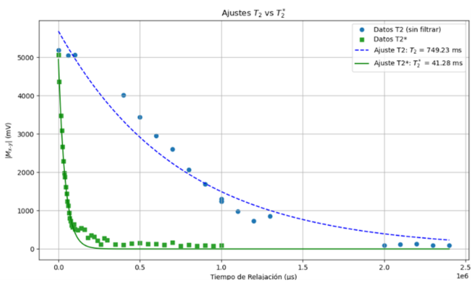

Figure 9: Comparación entre los tiempos de relajación T_2 y T_2^*. Se observa que $T_2^* < T_2$ debido a que incluye efectos adicionales de inhomogeneidades en el campo magnético que no se corrigen en la medición de FID, mientras que el eco de spin refoca parcialmente estas inhomogeneidades.

4 Conclusiones

Debido a la frecuencia de Larmor, se puede estimar el momento magnético neto en función del tiempo que dure encendido el campo de radiofrecuencia. Este tiempo nos permite determinar la duración de una oscilación de Rabi, lo cual es crucial para la implementación de compuertas lógicas y la sincronización de sus aplicaciones.

De acuerdo con la última figura del documento, se observa que una oscilación completa de Rabi dura aproximadamente 160 microsegundos. Esto significa que, si queremos aplicar una compuerta NOT, debemos aplicar el pulso de radiofrecuencia por aproximadamente 80 microsegundos, logrando así que el vector de momento magnético gire hasta apuntar al estado $|1\rangle$ del sistema.

La medición de T_2 es crucial para determinar cuánto tiempo se pueden realizar operaciones cuánticas antes de que la información se degrade. La pérdida de coherencia se modela mediante un decaimiento exponencial del término $\langle e^{i\phi(t)} \rangle$, reflejando la dispersión estadística de las fases. Esta limitación impone un marco temporal para la implementación de compuertas lógicas en computación cuántica.

El tiempo de coherencia T_2 marca el intervalo durante el cual los espines mantienen una fase coherente, condición necesaria para realizar operaciones cuánticas con fidelidad. Técnicas como el eco de spin permiten medir este tiempo sin que se vea afectado por inhomogeneidades del campo magnético, lo que lo convierte en una referencia más precisa que T_2^* para estimar la duración operativa de los qubits.

Por otro lado, el tiempo T_1 define el ritmo al que el sistema retorna al equilibrio térmico, afectando la posibilidad de repetir ciclos de computación o lectura. Aunque suele ser más largo que T_2, también representa un límite para el aprovechamiento de los estados cuánticos. Ambos tiempos, T_1 y T_2, delimitan el rango temporal en el que es posible conservar y manipular información cuántica de manera eficaz.

Apéndice

Relación en M y S

En condiciones de equilibrio térmico, los espines nucleares se distribuyen entre distintos niveles de energía según la estadística de Boltzmann. Para un espín S en presencia de un campo magnético constante B_0, existen $2S+1$ niveles de energía dados por:

$$E_n = n\hbar\gamma B_0, \qquad n = -S, -S+1, \ldots, S.$$

La probabilidad de que un espín ocupe uno de estos niveles en equilibrio térmico viene dada por:

$$\Pr(E_n) = \frac{1}{Z} e^{-E_n/kT},$$

donde Z es la función de partición. A partir de esta distribución de ocupación, es posible calcular el valor promedio del momento magnético en la dirección del campo externo (eje z). Como consecuencia de la simetría, los componentes en x e y se anulan en promedio. Usando aproximaciones válidas para temperaturas altas (es decir, cuando $n\hbar\gamma B_0 \ll kT$), se obtiene una expresión para el momento magnético promedio por espín:

$$\langle m_z \rangle \approx -\frac{\hbar^2\gamma^2 S(S+1)}{3kT} B_0.$$

Multiplicando este resultado por el número de espines por unidad de volumen N, se obtiene la magnetización macroscópica en equilibrio:

$$M_0^{(\mathrm{bulk})} = \frac{N(\hbar\gamma)^2}{3kT} S(S+1) B_0.$$

Este resultado establece una relación clara entre las propiedades microscópicas del sistema (como el espín, la razón giromagnética y la energía térmica) y una magnitud observable a escala macroscópica. La magnetización neta en equilibrio puede interpretarse como el resultado de una ligera diferencia en la población de espines alineados y anti-alineados respecto al campo externo, diferencia que persiste incluso a temperaturas fisiológicas.

Por otro lado, es útil expresar la magnetización también como función del momento magnético promedio de una partícula, el cual está ligado directamente al espín promedio mediante:

$$\boldsymbol{\mu}_i = \gamma\hbar\mathbf{S}_i.$$

Promediando sobre todos los espines dentro de un volumen y multiplicando por su densidad, se obtiene:

$$\mathbf{M} = N\langle\boldsymbol{\mu}_i\rangle = N\gamma\hbar\langle\mathbf{S}\rangle.$$

Esta expresión permite reinterpretar la magnetización en términos del espín promedio del sistema, sirviendo de puente entre la descripción estadística cuántica y las magnitudes macroscópicas que se pueden medir experimentalmente. [5]

Decaimiento Exponencial

Estos comportamientos tienen un decaimiento exponencial debido a que, si consideramos que las fases de las moléculas son aleatorias y se distribuyen de forma gaussiana o con una distribución de Cauchy, y se calcula el valor esperado del término de coherencia, se obtiene lo siguiente.

Sea la fase aleatoria denotada por $\phi(t)$, entonces el término de coherencia está dado por el valor esperado:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle$$

Este valor esperado depende de la distribución estadística de $\phi(t)$. Si $\phi(t)$ se distribuye según una distribución normal (gaussiana) de media cero y varianza $\sigma^2(t)$, es decir:

$$P(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(t)}} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2\sigma^2(t)}\right)$$

Entonces, el valor esperado se calcula como:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\phi} P(\phi)\, d\phi$$

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\phi} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(t)}} \exp\left(-\frac{\phi^2}{2\sigma^2(t)}\right) d\phi$$

Esta integral es conocida y corresponde a la transformada de Fourier de una distribución gaussiana evaluada en $k = 1$. El resultado es:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = \exp\left(-\frac{\sigma^2(t)}{2}\right)$$

Si la varianza crece linealmente con el tiempo, como sucede en procesos de ruido blanco o movimiento browniano de fases, es decir $\sigma^2(t) = \gamma t$, entonces:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = e^{-\frac{\gamma t}{2}} = e^{-\Gamma t}$$

donde $\Gamma = \gamma/2$ es la tasa de decoherencia.

Por otro lado, si $\phi(t)$ sigue una distribución de Cauchy (también conocida como distribución de Lorentz), dada por:

$$P(\phi) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\gamma}{\phi^2 + \gamma^2}$$

entonces el valor esperado se calcula de forma similar:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\phi} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\gamma}{\phi^2 + \gamma^2} d\phi$$

Esta integral también es conocida y da como resultado:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = e^{-\gamma}$$

Si ahora se considera que el parámetro de ancho γ crece linealmente con el tiempo, es decir $\gamma = \Gamma t$, entonces:

$$\left\langle e^{i\phi(t)} \right\rangle = e^{-\Gamma t}$$

En ambos casos, tanto con ruido gaussiano como con ruido de Cauchy, se obtiene un decaimiento exponencial del valor esperado del término de coherencia. Este resultado explica por qué los tiempos de decoherencia presentan típicamente un comportamiento exponencial.

Dinámica del Spin Echo

1. **Momento inicial:** Los tres espines apuntan en la dirección x:
$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$$
Polarización máxima y momento magnético neto transversal máximo.

2. **Primer intervalo $t/2$:** Debido a inhomogeneidades del campo magnético, los espines adquieren fases distintas:
$$\theta_i = \omega_i \Delta t \quad \text{para } i = 1, 2, 3$$
La polarización disminuye y el momento magnético neto transversal se reduce.

3. **Pulso π en $t/2$:** Se aplica un pulso $R_x(\pi)$, invirtiendo las fases:
$$\theta_i \to -\theta_i$$

4. **Segundo intervalo $t/2$:** Los espines siguen precesando, acumulando fase adicional:

$$\theta_i = -\omega_i t/2 + \omega_i \Delta t = \omega_i t/2$$

Las diferencias de fase se cancelan y la polarización se recupera.

5. **Tiempo total t:** Las fases acumuladas regresan a cero:

$$\theta_i = 0$$

Se recupera el momento magnético neto transversal máximo.

References

[1] LibreTexts, "Theory of nuclear magnetic resonance," *LibreTexts*, 2023. [Online]. Available: `https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Instrumental_Analysis_(LibreTexts)/19%3A_Nuclear_Magnetic_Resonance_Spectroscopy/19.01%3A_Theory_of_Nuclear_Magnetic_Resonance`.

[2] D. J. Emsley, "Nuclear magnetic resonance (nmr)," *Sheffield Hallam University*, 2023. [Online]. Available: `https://teaching.shu.ac.uk/hwb/chemistry/tutorials/molspec/nmr1.htm`.

[3] G. Lab, *Experiment on the principles of quantum computing*, Recuperado de `https://www.spinquanta.com/solutions/educationIndex`, 2024. [Online]. Available: `https://www.spinquanta.com/solutions/educationIndex`.

[4] J. A. Jones, "Nmr quantum computation," *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, vol. 38, no. 4, pp. 325–360, 2001. DOI: `10.1016/S0079-6565(00)00033-9`.

[5] A. Tal, *Lecture 3 – spin dynamics*, `https://www.weizmann.ac.il/chembiophys/assaf_tal/lecture-notes`, Lecture Notes, Department of Chemical and Biological Physics, Weizmann Institute of Science, 2021.