



Entender el permanente como parte de la complejidad cuántica a través de experimentos de óptica lineal

Ana Sofia Reyes Quintana, Alejandra Valencia
Laboratorio de Óptica Cuántica, Universidad de los Andes, A.A. 4976, Bogota, D.C., Colombia

Motivación

Se han propuesto varios modelos de implementación para computación cuántica y, aunque aún no se ha encontrado uno ideal, se sugiere que mediante experimentos de óptica lineal se pueden generar algoritmos que no pueden resolverse mediante computación clásica[1]. Se ha desarrollado una descripción óptica cuántica completa mediante mediciones de correlación de orden arbitrario en interferómetros multibosónicos[2]. Este método contrasta con la propuesta del muestreo de bosones, donde se asume que el estado de entrada está compuesto por partículas idénticas, y también describe un estado de probabilidad de salida en un sistema multibosónico[3]. Ambas propuestas afirman tener ventaja cuántica, ya que la tarea a resolver está relacionada con el cálculo del permanente de una matriz, un problema categorizado en el grupo #P-Sharp[4]. El objetivo es comprender ambas perspectivas para llegar a una respuesta unificada, para lo cual se simulará numéricamente un caso con las medidas típicas de la mesa óptica, con el fin de tener un punto de partida para la comparación si se implementa experimentalmente.

Planteamiento del problema:

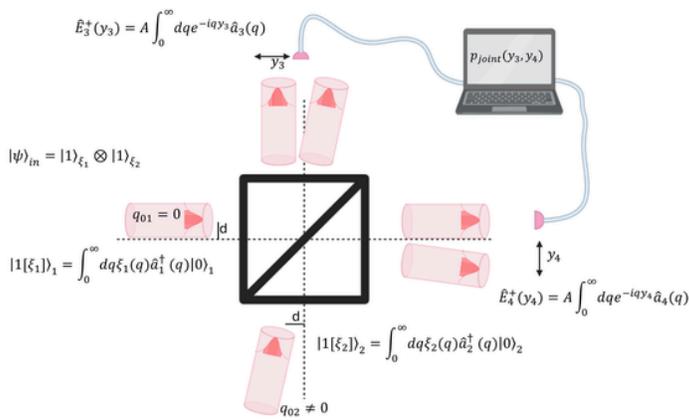
Se busca calcular una cantidad medible en el laboratorio de óptica cuántica y entender su relación con el permanente de una matriz



$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1,3} & U_{1,4} \\ U_{2,3} & U_{2,4} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_{2,4} & -U_{1,4} \\ -U_{2,3} & U_{1,3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix}$$

Función de correlación espacial de segundo orden de Glauber



Probabilidad de coincidencia

$$p_{joint}(y_3, y_4) \approx G_{(y_3, y_4)}^{(2)} = \langle \xi | \hat{E}_3^+(y_3) \hat{E}_4^+(y_4) \hat{E}_4^-(y_4) \hat{E}_3^-(y_3) | \xi \rangle$$

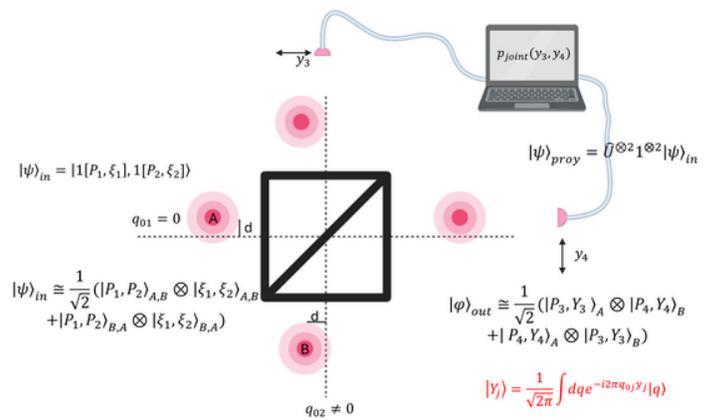
Usando la Fourier transform

$$\hat{E}_i^+ | \xi_j \rangle = \mathcal{F}[\xi_j(q_i)] = \chi_j(y_i)$$

Los términos quedan expresados de la siguiente manera:

$$p_{joint}(y_3, y_4) = |U_{1,3}U_{2,4}\chi_1(y_3)\chi_2(y_4) + U_{1,4}U_{2,3}\chi_1(y_4)\chi_2(y_3)|^2$$

Sistema de partículas idénticas



Probabilidad de coincidencia

$$p_{joint}(y_3, y_4) = |\langle \varphi_{out} | \psi_{proy} \rangle|^2$$

$$|\langle \varphi_{out} | \psi_{proy} \rangle|^2 = \left| \frac{1}{2} (\text{Perm}(U)\langle \zeta_+, \Gamma_+ \rangle + \text{Det}(U)\langle \zeta_-, \Gamma_- \rangle) \right|^2$$

Usando la Fourier transform

$$\langle y_i | \xi_j \rangle = \mathcal{F}[\xi_j(q_i)] = \chi_j(y_i)$$

Los términos quedan expresados de la siguiente manera:

$$p_{joint}(y_3, y_4) = |U_{1,3}U_{2,4}\chi_1(y_3)\chi_2(y_4) + U_{1,4}U_{2,3}\chi_1(y_4)\chi_2(y_3)|^2$$

Podemos reescribir la solución como

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} U_{1,3}\chi_1(y_3) & U_{1,4}\chi_1(y_4) \\ U_{2,3}\chi_2(y_3) & U_{2,4}\chi_2(y_4) \end{bmatrix}$$

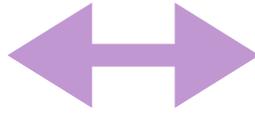
$$p_{joint}(y_3, y_4) = |\text{Perm}(\mathcal{T})|^2$$

Resultados

Beamsplitter 50/50

$$U_{1,3}U_{2,4} = 1; U_{1,4}U_{2,3} = -1$$

$$\xi_i(q) = e^{-\frac{(q_i - q_0)^2}{2\sigma_q}}$$



$$\xi_i(y) = e^{-\frac{(y_i - y_0)^2}{2\sigma_y}} e^{-iq_0 y_i}$$

Cambios de variable apropiados

$$y_0 - y_i = d$$

$$q_0 - q_i = Q$$

$$y_0 = y_3$$

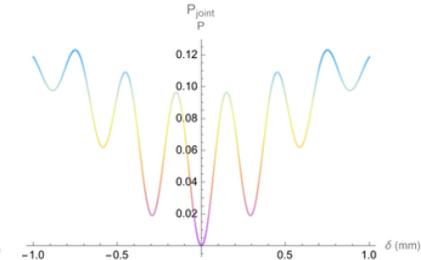
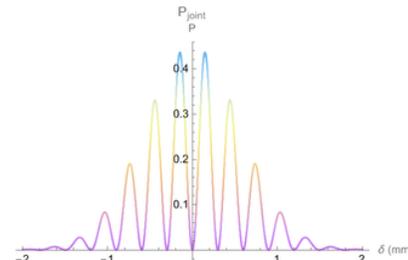
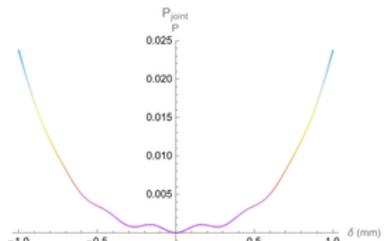
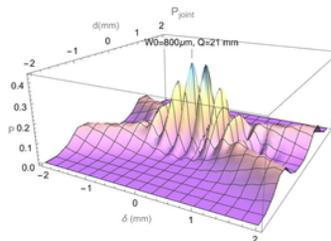
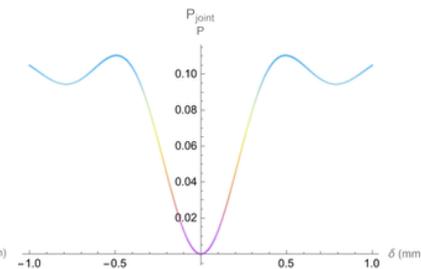
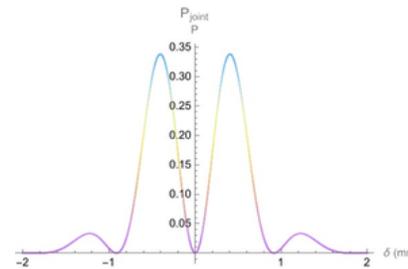
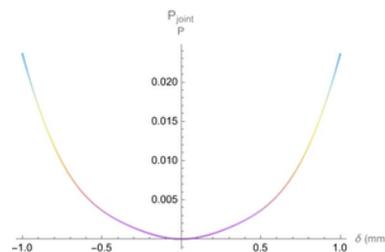
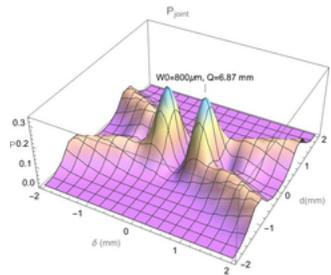
$$y_0 + \delta = y_4$$

Gráficos de probabilidad

d=1mm

d=0mm

d=0.5mm



Conclusiones y Perspectivas

- Se consiguió ver que hay un permanente asociado a la amplitud de probabilidad de salida de un sistema de dos fotones de entrada
- Los cálculos bajo diferentes perspectivas convergen a un mismo resultado
- Se espera corroborar los datos obtenidos con medidas experimentales

Referencias

- [1] B. T. Gard, K. R. Motes, J. P. Olson, P. P. Rohde, and J. P. Dowling. An Introduction to Boson-Sampling, chapter Chapter 8, pages 167–192.
- [2] Tamma, V., & Laibacher, S. (2015). Multiboson Correlation Interferometry with Arbitrary Single-Photon Pure States. Physical Review Letters, 114(24), 243601–243601. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.243601>
- [3] Quintero Soto, A. C. (2021). Interferencia cuántica de fotones individuales resuelta espacialmente. Universidad de los Andes.
- [4] S. Aaronson. A linear-optical proof that the permanent is #p-hard. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 467:3393–3405, 2011
- [5] Villalobos Sierra, M. E. (2022). Understanding the role of distinguishability in multiphoton interference from a quantum operations perspective. Universidad de los Andes.
- [6] Alarcón Carvajal, J. A. (2023). Multiphoton interference of distinguishable photons based on inner mode structure. Universidad de los Andes
- [7] LEGERO, T., WILK, T., KUHN, A., & REMPE, G. (2003). Time-resolved two-photon quantum interference. Applied Physics. B, Lasers and Optics, 77(8), 797–802. <https://doi.org/10.1007/s00340-003-1337-x>

Feria de Divulgación e investigación 2024-10