

Entangled Two Photon Absorption en átomos de Cesio mediante teoría de perturbaciones en diferentes aproximaciones

Antonio Vargas Quiñónez
202125152

Advisors: Mayerlin Nuñez Portela and Christian Rodriguez Camargo
(Dated: Mayo 28, 2026)

ABSTRACT: En este proyecto se estudió teóricamente el proceso de absorción de dos fotones entrelazados (*Entangled Two Photon Absorption* - ETPA) en átomos de Cesio, mediante teoría de perturbaciones dependiente del tiempo para tiempos finitos, con el fin de comparar con los resultados de la sección eficaz obtenidos previamente en la literatura. Se analizaron los procesos de absorción de un fotón (*One Photon Absorption* - OPA) y de dos fotones (*Two Photon Absorption* - TPA), y se derivó la sección eficaz clásica asociada a cada uno de estos procesos, mediante teoría de perturbaciones a tiempo infinito. Se estudió el estado de dos fotones entrelazados y se abordó el cálculo de la sección eficaz del ETPA para el átomo de Cesio. Los procesos de OPA y de TPA fueron tratados bajo un modelo semi-clásico, mientras que el ETPA se describió mediante un modelo cuántico del campo electromagnético debido al entrelazamiento de los fotones. Las secciones eficaces del OPA y del TPA obtenidas para el átomo de Cesio fueron: para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ se obtuvo una sección eficaz de OPA de $\sigma^{(1)} = 3,465 \times 10^{-9} \text{ cm}^2$; y para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ se obtuvo una sección eficaz de TPA de $\sigma^{(2)} = 3,163 \times 10^{-20} \text{ cm}^4/\text{W}$. De acuerdo con la literatura, se espera que la sección eficaz del ETPA sea considerablemente mayor a la del TPA clásico. Se obtuvo la amplitud de transición temporal para el ETPA, constituyendo el punto de partida para el cálculo de la sección eficaz deseada, a partir de la *Joint Spectral Amplitude* asociada al cristal o a los cristales de interés. Asimismo, estos resultados establecen una base para el estudio de la influencia del entrelazamiento espectral en procesos de absorción multifotónicos.

I. INTRODUCCIÓN

La absorción de pares de fotones entrelazados o *Entangled Two Photon Absorption* (ETPA) es un fenómeno físico que ocurre en diferentes experimentos de espectroscopía, y se ha convertido en un tema de interés en los últimos años debido a sus múltiples aplicaciones en diferentes campos de estudio como la microscopía, espectroscopía, almacenamiento de datos 3D [1], terapia con infrarrojo y biofotónica [5], debido a su notable ventaja frente a la absorción de dos fotones o *Two Photon Absorption* (TPA) clásico [4]. Tal como en el caso de biofotónica, en el que al tener dependencia lineal, se utiliza menor flujo de fotones y de esa manera se evita fotodaño a las muestras en uso [8], entre otras aplicaciones ya mencionadas para el TPA clásico. Para comprender qué es el ETPA, es importante primero partir del TPA clásico, el cual es un proceso óptico no lineal [5] que ocurre a nivel cuántico cuando un átomo o molécula absorbe dos fotones de manera simultánea, los cuales provocan una transición del estado base a un estado excitado. Esto ocurre debido a que la suma de las energías de estos fotones es igual a la energía de la transición ocurrida, es decir, están en resonancia con la transición atómica [2][6]. Este fenómeno fue planteado teóricamente en 1931 por Goeppert-Mayer y no fue visto experimentalmente sino hasta 1961 con la invención del láser [2][5].

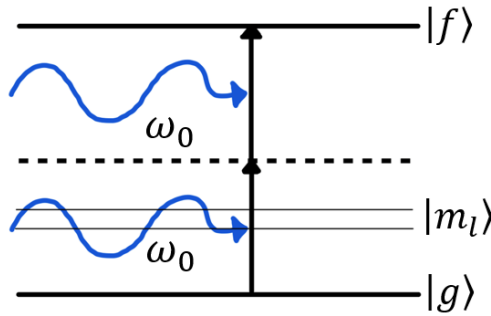


Figura 1. Esquema del TPA con los niveles intermedios entre el estado base y el estado excitado.

Dicho esto, es importante tener en cuenta también que el TPA depende de las propiedades intrínsecas del átomo, y asimismo la probabilidad de que este ocurra es proporcional al cuadrado de la intensidad de la luz [6][5]. Y lo que nos interesa de este fenómeno de absorción es estudiar la sección eficaz, la cual nos da el área efectiva de que ocurra el proceso de absorción. Específicamente nos interesa la sección eficaz para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ del átomo de Cesio, dada por:

$$\sigma^{(n)} = \frac{R^{(n)}}{\Phi^n} \quad (1)$$

donde $R^{(n)}$ es la rata de probabilidad, que da el número de transiciones por segundo; Φ^n es el flujo de fotones por unidad de área y tiempo; y n es el orden de la perturbación en la cual se esté estudiando la transición, de acuerdo al número de fotones absorbidos. Al trabajar sobre el TPA y el ETPA, nos interesa el orden $n = 2$. Para TPA clásico, calculamos la sección eficaz con teoría de perturbaciones dependiente del tiempo a segundo orden, bajo un modelo semi-clásico en el que el campo eléctrico se asocia a una onda monocromática (caso degenerado), obteniendo [2]:

$$\sigma^{(2)}(\omega) = \frac{\omega^2}{8n^2\epsilon_0^2c^2\hbar^2} \left| \sum_l \frac{\mu_{lg}\mu_{fl}}{(\omega_{lg} - \omega)} \right|^2 \frac{\Gamma/2}{(\omega_{fg} - 2\omega)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (2)$$

donde ω es la frecuencia angular del haz de luz, n es el índice de refracción (el cual se toma como $n = 1$, ya que se aproxima al vacío), μ_{lg} y μ_{fl} son los dipolos eléctricos asociados a los niveles de energía intermedios l y Γ es el tiempo de vida de la transición.

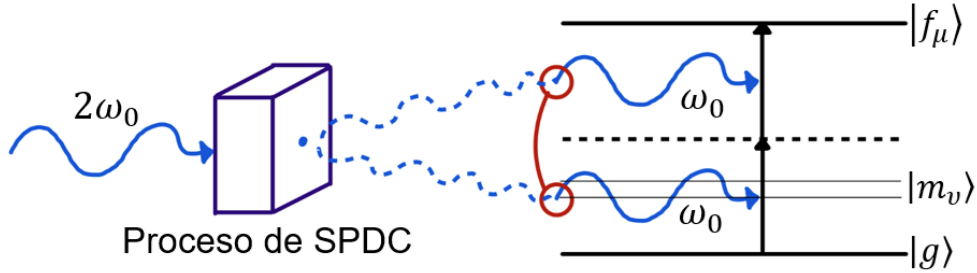


Figura 2. Esquema del ETPA por generación de fotones entrelazados mediante proceso de SPDC.

Ahora, en el contexto de este proyecto el tema de interés es el paso siguiente al TPA clásico, el ETPA. En este proceso, al igual que en el TPA, se absorben dos fotones, con la principal diferencia de que para calcular la sección eficaz de ETPA es necesario cuantizar el campo eléctrico. Esto debido a que los fotones están entrelazados, es decir, están en un estado cuántico que correlaciona sus estados (frecuencias, tiempos de llegada y fases), siendo necesario utilizar operadores de aniquilación y creación que describan al campo eléctrico compuesto de fotones que se absorben o se emiten, ya que estos pueden tener longitudes de onda diferentes (caso no degenerado). Este campo eléctrico cuántizado está dado por [5]:

$$\hat{E}(t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0cA_q}} [\hat{a}(t) - \hat{a}^\dagger(t)] \quad (3)$$

donde $\hat{a}(t)$ y $\hat{a}^\dagger(t)$ son los operadores de aniquilación y creación, que describen la absorción y emisión de fotones respectivamente, y A_q el área efectiva de cuantización del modo q electromagnético [5]. Este campo eléctrico produce una perturbación sobre el estado base del átomo de Cesio, la cual produce la transición atómica, y está descrita por el siguiente Hamiltoniano:

$$\hat{H}_I(t) = -\hat{V}(t)\hat{E}^-(t) - \hat{V}^\dagger(t)\hat{E}^+(t) \quad (4)$$

donde $\hat{V}(t)$ y $\hat{V}^\dagger(t)$ son los operadores de interacción dipolar, $\hat{E}^-(t)$ y $\hat{E}^+(t)$ las componentes de creación y aniquilación de fotones del campo eléctrico respectivamente [5].

Asimismo, es importante entender que para generar estas fuentes de luz o fotones entrelazados, se usan procesos de SPDC (*Spontaneous Parametric Down-Conversion*), los cuales implican la correlación temporal y espacial de los fotones absorbidos en el ETPA [3][7]. Por lo que para este proyecto fue necesario entender el rol de las correlaciones espectrales en el proceso ETPA. Por tanto es importante escribir el estado de bifotón dado por:

$$|\psi^{(2p)}\rangle = \int \int d\omega_1 d\omega_2 \psi^{(2p)}(\omega_1, \omega_2) \hat{a}_i^\dagger(\omega_1) \hat{a}_s^\dagger(\omega_2) |0\rangle \quad (5)$$

donde $\psi^{(2p)}(\omega_1, \omega_2)$ es la *Joint Spectral Amplitude* del cristal, que describe el estado del bifotón, ω_1 es la frecuencia del primer fotón, ω_2 la frecuencia del segundo fotón, $\hat{a}_i^\dagger(\omega_1)$ el operador de creación del fotón *idler* o fotón 1, y $\hat{a}_s^\dagger(\omega_2)$ el operador de creación del fotón *signal* o fotón 2. La importancia del ETPA radica también en que en este proceso, la probabilidad de que ocurra el fenómeno escala linealmente con la intensidad y el flujo de fotones [8][5][4], ya que al estar entrelazados hay más probabilidad de que ocurra el proceso de absorción.

Finalmente, el propósito de este proyecto fue aplicar teoría de perturbaciones dependiente del tiempo, específicamente a tiempo finito, en diferentes aproximaciones, como el uso de cristales no lineales de tipo I y II, en donde conocemos sus *Joint Spectral Amplitudes* $\psi^{(2p)}$, con el objetivo principal de derivar la sección eficaz del ETPA para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ del átomo de Cesio; y analizar y comprender los resultados obtenidos y compararlos con resultados previos para la transición ya mencionada, tanto a nivel teórico como a nivel experimental. Se usa el átomo de Cesio porque es un átomo bastante estudiado, y también debido a sus propiedades hidrogenoides, es decir, que solo tiene un electrón en su capa de valencia, hecho que lo hace un átomo más fácil de analizar a nivel teórico [2]; y también más fácil de manejar a nivel experimental, ya que sus niveles de energía se encuentran en el espectro del infrarrojo, cuya longitud es estable y sencilla de generar y controlar en el laboratorio.

II. METODOLOGÍA Y DESARROLLO TEÓRICO

La metodología empleada en este proyecto se dividió en dos etapas principales. La primera etapa fue estudiar y derivar las secciones eficaces para los procesos de absorción de un fotón (OPA) y de dos fotones (TPA) mediante teoría de perturbaciones dependiente del tiempo bajo un modelo semi-clásico, primero hallando las amplitudes de transición y luego sus secciones eficaces. En la segunda etapa se abordó el proceso de absorción de dos fotones entrelazados (ETPA), para el cual fue necesario cuantizar el campo eléctrico y considerar la cuantización del estado bifotónico generado mediante *Spontaneous Parametric Down-Conversion* (SPDC) asociado al uso de cristales no lineales.

A partir de estos dos modelos se derivaron las expresiones de la sección eficaz para las transiciones $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ y $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ del átomo de Cesio, y se obtuvo la transición de transición temporal asociada al proceso de ETPA, con la cual se planea considerar diferentes *Joint Spectral Amplitudes* para derivar la sección eficaz asociada a este proceso.

Para la primera etapa del proyecto los cálculos se basaron en un modelo semi-clásico, en el que se modeló el campo eléctrico como una onda monocromática de frecuencia ω_0 . Bajo esta aproximación, se tomó el siguiente Hamiltoniano de perturbación para OPA y TPA:

$$\hat{V}(t) = -\hat{\mu} \cdot \vec{E}(t) = -\mu E(t) = -\mu E_0(e^{-i\omega_0 t} + c.c) \quad (6)$$

donde $\hat{\mu} = -e\hat{r}$ es el momento dipolar entre los niveles de energía y $\vec{E}(t)$ es el campo eléctrico asociado a la onda incidente.

La función de onda del sistema no perturbado se expandió en la base de autoestados de $\hat{H}_0$:

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_l a_l(t) u_l(\vec{r}) e^{-i\omega_l t} \quad (7)$$

donde $a_l(t)$ son los coeficientes de expansión temporal asociados a los estados $|l\rangle$ y $u_l(\vec{r})$ es la parte espacial de $\psi(\vec{r}, t)$.

A. Transición $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ OPA

Se parte de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = [\hat{H}_0 + \hat{V}(t)] \psi(\vec{r}, t) \quad (8)$$

$$i\hbar \frac{\partial [\sum_l a_l(t) u_l(\vec{r}) e^{-i\omega_l t}]}{\partial t} = [\hat{H}_0 + \hat{V}(t)] \left[\sum_l a_l(t) u_l(\vec{r}) e^{-i\omega_l t} \right] \quad (9)$$

Al sustituir la expansión anterior en la ecuación de Schrödinger y proyectar sobre los autoestados de $\hat{H}_0$, se obtiene el sistema de ecuaciones para los coeficientes temporales $a_l(t)$:

$$\frac{da_m(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_l a_l(t) V_{ml} e^{-i\omega_{lm} t} \quad (10)$$

donde $V_{ml} = \langle u_m(\vec{r}) | \hat{V}(t) | u_l(\vec{r}) \rangle$ y $\omega_{lm} = \omega_l - \omega_m$.

Dado que el OPA corresponde a un proceso de absorción a primer orden, se considera únicamente el término lineal de la expansión de $a_m(t)$. Obteniendo:

$$a_m^{(1)}(t) = \frac{\mu_{mg} E_0}{\hbar} \left[\frac{e^{i(\omega_{mg} - \omega_0)t} - 1}{(\omega_{mg} - \omega_0)} \right] \quad (11)$$

Esta amplitud de transición nos permite encontrar la probabilidad de la transición $P_m^{(1)}(t) = |a_m^{(1)}(t)|^2$, la tasa de absorción $R_m^{(1)} = \frac{dP_m^{(1)}(t)}{dt}$, y finalmente derivar la sección eficaz asociada a la transición dada por la ecuación (1). La sección eficaz para OPA de la transición dada fue:

$$\sigma^{(1)}(\omega) = \frac{\omega \mu_{mg}^2}{4n\epsilon_0 c \hbar} \cdot \frac{\Gamma}{(\omega_{mg} - \omega)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (12)$$

Esta expresión presenta una forma Lorentziana centrada en la frecuencia de resonancia ω_{mg} , con un ancho determinado por el tiempo de vida de la transición Γ .

B. Transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ TPA

El cálculo de TPA parte del mismo Hamiltoniano de perturbación utilizado para el OPA. No obstante, dado que la absorción simultánea de dos fotones corresponde a un proceso de segundo orden, es necesario ubicarnos en el término de segundo orden de la teoría de perturbaciones $a_m(t)$. En consecuencia, la amplitud de transición ya no depende únicamente de los estados inicial y final del proceso de absorción, sino que

también aparecen todos los estados intermedios permitidos por las reglas de selección del sistema. Esto implica que el sistema atraviesa primero estos estados intermedios antes de alcanzar el estado final. La amplitud de transición para TPA se escribe entonces como:

$$a_m^{(2)} = \frac{E_0^2}{\hbar^2} \left[\sum_l \frac{\mu_{lg}\mu_{nl}}{(\omega_{lg} - \omega_0)} \right] \left[\frac{e^{i(\omega_{ng} - 2\omega_0)t} - 1}{(\omega_{ng} - 2\omega_0)} \right] \quad (13)$$

Al igual que en OPA, esta amplitud de transición nos permite derivar la sección eficaz para el proceso de TPA, obteniendo finalmente:

$$\sigma^{(2)}(\omega) = \frac{\omega^2}{8n^2\epsilon_0^2c^2\hbar^2} \left| \sum_l \frac{\mu_{lg}\mu_{fl}}{(\omega_{lg} - \omega)} \right|^2 \frac{\Gamma/2}{(\omega_{fg} - 2\omega)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (14)$$

A diferencia del OPA, cuya probabilidad de transición es proporcional a la intensidad del campo incidente, la probabilidad del TPA escala con el cuadrado de la intensidad. Esta dependencia cuadrática implica la necesidad de usar fuentes de luz de alta intensidad para observar experimentalmente el TPA.

C. Transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ ETPA

Hasta ahora, los procesos de OPA y TPA fueron descritos bajo un modelo semi-clásico con un campo eléctrico modelado como una onda monocromática. Sin embargo, para ETPA esta aproximación es incorrecta, ya que los fotones en este proceso cuentan con una correlación cuántica de sus estados. Motivo por el cual para este proceso es necesario cuantizar el campo eléctrico y tener en cuenta las propiedades cuánticas del estado bifotónico producido por SPDC.

Bajo esta descripción el campo eléctrico se expresa en términos de operadores de creación y aniquilación ($\hat{a}^\dagger(t)$ y $\hat{a}(t)$). Este campo eléctrico cuantizado está dado por:

$$\hat{E}(t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0cA_q}} [\hat{a}(t) - \hat{a}^\dagger(t)] \quad (15)$$

Ahora, la interacción entre el átomo y el campo eléctrico se describe mediante el siguiente Hamiltoniano de perturbación:

$$\hat{H}_I(t) = -\hat{V}(t)\hat{E}^-(t) - \hat{V}^\dagger(t)\hat{E}^+(t) \quad (16)$$

A diferencia del TPA clásico, el ETPA requiere especificar el estado cuántico de los fotones entrelazados, cuya *Joint Spectral Amplitude*, que describe la correlación entre estos, está dada por:

$$|\psi^{(2p)}\rangle = \int \int d\omega_1 d\omega_2 \psi^{(2p)}(\omega_1, \omega_2) \hat{a}_i^\dagger(\omega_1) \hat{a}_s^\dagger(\omega_2) |0\rangle \quad (17)$$

Partiendo del operador de evolución temporal, específicamente del elemento de orden 2:

$$\hat{U}(t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-t_0}^t dt' \hat{H}_I(t') + \left(-\frac{i}{\hbar} \right)^2 \int_{-t_0}^t dt' \hat{H}_I(t') \int_{-t_0}^{t'} dt'' \hat{H}_I(t'') + \dots \quad (18)$$

Siguiendo un procedimiento análogo al desarrollado para el TPA, utilizando el Hamiltoniano cuantizado, el estado bifotónico y el operador de evolución temporal, se derivó la amplitud de transición temporal:

$$A(t, t_0) = \left\langle f(t), 0 \left| \hat{U}(t, t_0) \right| g, \psi^{(2p)}(\omega_1, \omega_2) \right\rangle \quad (19)$$

Esta amplitud representa la probabilidad de transición del estado inicial compuesto por el átomo en su estado base y el estado bifotónico $|g, \psi^{(2p)}\rangle$ hacia el estado final con el átomo excitado tras la absorción de los dos fotones $|f(t), 0\rangle$. Obteniendo finalmente:

$$A(t, t_0) = \frac{\omega_0 e^{-i\omega_f t}}{2\pi\hbar\epsilon_0 c A_q} \sum_{\nu} \mu_{\nu} \mu_{\nu\alpha} \int_{-t_0}^t dt_1 \int_{-t_0}^{t_1} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_2 e^{i\omega_f t_1} e^{-i\omega_{m\nu}(t_1-t_2)} e^{-i\omega_1 t_1} e^{-i\omega_2 t_2} \psi^{(2p)}(\omega_1, \omega_2) \quad (20)$$

Vemos que la amplitud obtenida depende de la JSA, mostrando que las correlaciones espectrales de los fotones influyen directamente en la probabilidad de absorción, y por ende en la sección eficaz de este. Dando así una de las principales diferencias entre el ETPA y el TPA clásico, donde la probabilidad de transición está determinada únicamente por las propiedades del campo eléctrico clásico incidente.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A partir de los cálculos desarrollados en la sección anterior, se calcularon las secciones eficaces correspondientes a los procesos de OPA y de TPA para el átomo de Cesio en las transiciones ya mencionadas. Asimismo, se obtuvo la amplitud de transición temporal asociada al ETPA, cuya dependencia en la JSA permite analizar el efecto de las correlaciones espectrales sobre la sección eficaz de este proceso.

A. Resultado para OPA

La sección eficaz obtenida para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ fue:

$$\sigma^{(1)} = 3,465 \times 10^{-9} \text{ cm}^2 \quad (21)$$

Este resultado refleja una alta probabilidad de absorción de un solo fotón resonante.

B. Resultado para TPA

La sección eficaz obtenida para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ fue:

$$\sigma^{(2)} = 3,163 \times 10^{-20} \text{ cm}^4 / W \quad (22)$$

La cual mostró que $\sigma^{(2)} \ll \sigma^{(1)}$. Esta diferencia evidencia la baja probabilidad de que ocurra el proceso de absorción de dos fotones frente a los procesos de absorción de un fotón. Lo cual reafirma la necesidad de depender de intensidades muy altas para observar el TPA experimentalmente.

C. Resultado para ETPA

Para el proceso de ETPA no fue posible obtener una expresión final para la sección eficaz asociada a la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$. Sin embargo, se obtuvo la amplitud de transición temporal dada por la ecuación (20), la cual constituye el punto de partida al cálculo de la sección eficaz deseada.

Esta amplitud de transición muestra que la sección eficaz del ETPA depende explícitamente de la *Joint Spectral Amplitude* del estado bifotónico. Lo cual implica a que las correlaciones espectrales del par de fotones modifican la probabilidad de absorción, y asimismo, su sección eficaz.

IV. CONCLUSIONES

En este proyecto se estudiaron teóricamente los procesos de OPA, de TPA y de ETPA en el átomo de Cesio, mediante teoría de perturbaciones dependiente del tiempo. Como punto de partida se logró desarrollar el tratamiento semi-clásico de los procesos OPA y TPA, obteniendo así las secciones eficaces correspondientes a las transiciones de interés. Para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ asociada al OPA, se obtuvo una sección eficaz de $\sigma^{(1)} = 3,465 \times 10^{-9} \text{cm}^2$; mientras que para la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ asociada al TPA, se obtuvo una sección eficaz de $\sigma^{(2)} = 3,163 \times 10^{-20} \text{cm}^4/\text{W}$. Como ya se ha mencionado antes en el documento, esta diferencia significativa observada entre los resultados obtenidos, evidencia la baja probabilidad de que ocurra el proceso de TPA, en comparación con el proceso de OPA.

Posteriormente, se estudió el ETPA mediante una descripción y un modelo cuantizado del campo eléctrico asociado a los fotones incidentes, y el estado bifotónico de los mismos, generado por un proceso de SPDC. A partir de este planteamiento, se obtuvo la amplitud de transición temporal asociada al proceso dado, en la cual se pudo notar que existe una dependencia directa a la *Joint Spectral Amplitude* del estado del par de fotones entrelazados. Resultado que muestra que las correlaciones espectrales asociadas al estado bifotónico, influyen directamente en el proceso de absorción, y que podrían modificar la probabilidad de absorción y la sección eficaz según la JSA que se maneje.

Finalmente, aunque no fue posible obtener una expresión final para la sección eficaz de la transición $6S_{1/2} \rightarrow 8S_{1/2}$ asociada al ETPA, la amplitud de transición obtenida establece un punto de partida para la obtención de la sección eficaz deseada. Motivo por el cual, este proyecto sienta las bases teóricas para un proyecto futuro orientado a la obtención de la sección eficaz para esta transición en diferentes aproximaciones.

V. REFERENCIAS

- [1] Caracas, M., Egloff, D., and Nuñez, M. (2026). Entangled two-photon absorption in cesium atoms and the limitations of the far-off-resonance approximation. *Universidad de Los Andes*.
- [2] Caracas, M., Gonzalez, M., and Núñez, M. (2023). Theoretical and experimental study of the 6s-8s two-photon absorption cross-section in cesium atoms. *Optics Express*, **31**(20):31749–31759.
- [3] Couteau, C. (2018). Spontaneous parametric down-conversion. *Contemporary Physics*, **59**(3):291–304.
- [4] Fei, H.-B., Jost, B. M., Popescu, S., Saleh, B. E., and Teich, M. C. (1997). Entanglement-induced two-photon transparency. *Physical review letters*, **78**(9):1679.
- [5] Rodríguez-Camargo, C., Gestsson, H. O., Nation, C., Jones, A. R., and Olaya-Castro, A. (2025). Perturbation-theory approach for predicting vibronic selectivity by entangled-photon-pair absorption. *Phys. Rev. A*, **111**:063101.
- [6] Rumi, M. and Perry, J. W. (2010). Two-photon absorption: an overview of measurements and principles. *Advances in Optics and Photonics*, **2**(4):451–518.
- [7] Shih, Y. (2003). Entangled biphoton source-property and preparation. *Reports on Progress in Physics*, **66**(6):1009–1044.
- [8] Varnavski, O., Giri, S. K., Chiang, T.-M., Zeman IV, C. J., Schatz, G. C., and Goodson III, T. (2023). Colors of entangled two-photon absorption. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **120**(35):e2307719120.