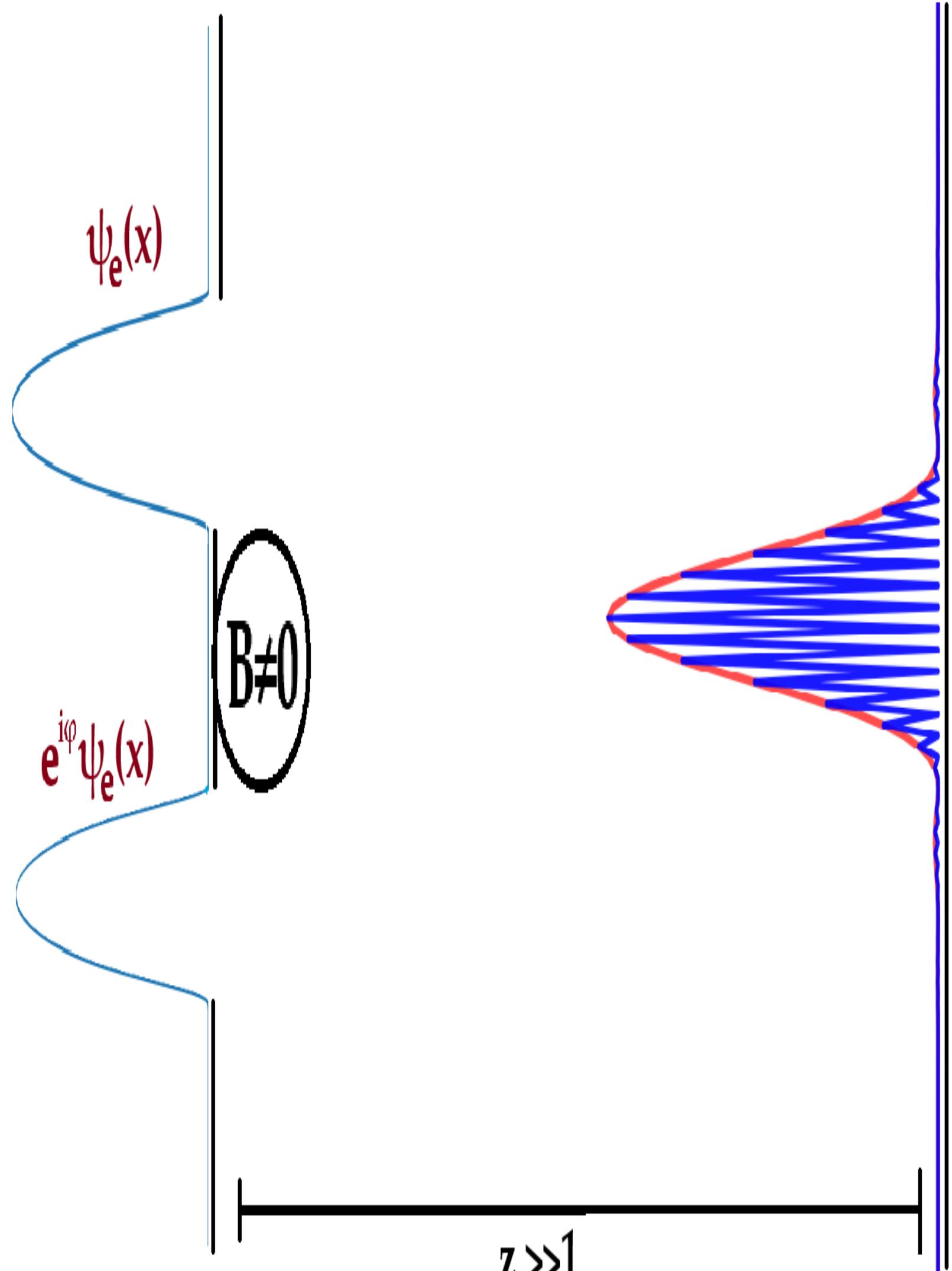


Introducción

La mecánica cuántica presenta fenómenos no locales fascinantes, como el entrelazamiento cuántico. Un ejemplo menos conocido, pero igualmente notable, es el efecto de los potenciales electromagnéticos. En este contexto surgen las *variables modulares*, operadores con relaciones de conmutación interesantes [1]. Este proyecto estudia sus propiedades y cómo pueden emplearse para codificar qubits en el continuo, junto con la implementación de sus compuertas lógicas.

Motivación

Efecto Aharonov-Bohm



$$\psi(x) = \psi_e(x + \ell/2) + e^{i\phi}\psi_e(x - \ell/2)$$

$$|\tilde{\psi}(p)|^2 = 4|\psi_e(p)|^2 \cos^2\left(\frac{pl}{2\hbar} - \frac{\phi}{2}\right)$$

$$\frac{\partial \langle x^m p^n \rangle}{\partial \phi} = 0.$$

$$\langle e^{ip\ell/\hbar} \rangle = \langle \psi | \hat{T}_x(\ell) | \psi \rangle = e^{-i\phi}/2$$

Base propia de momento y posición modular

Así, partimos los operadores de posición y momento así:

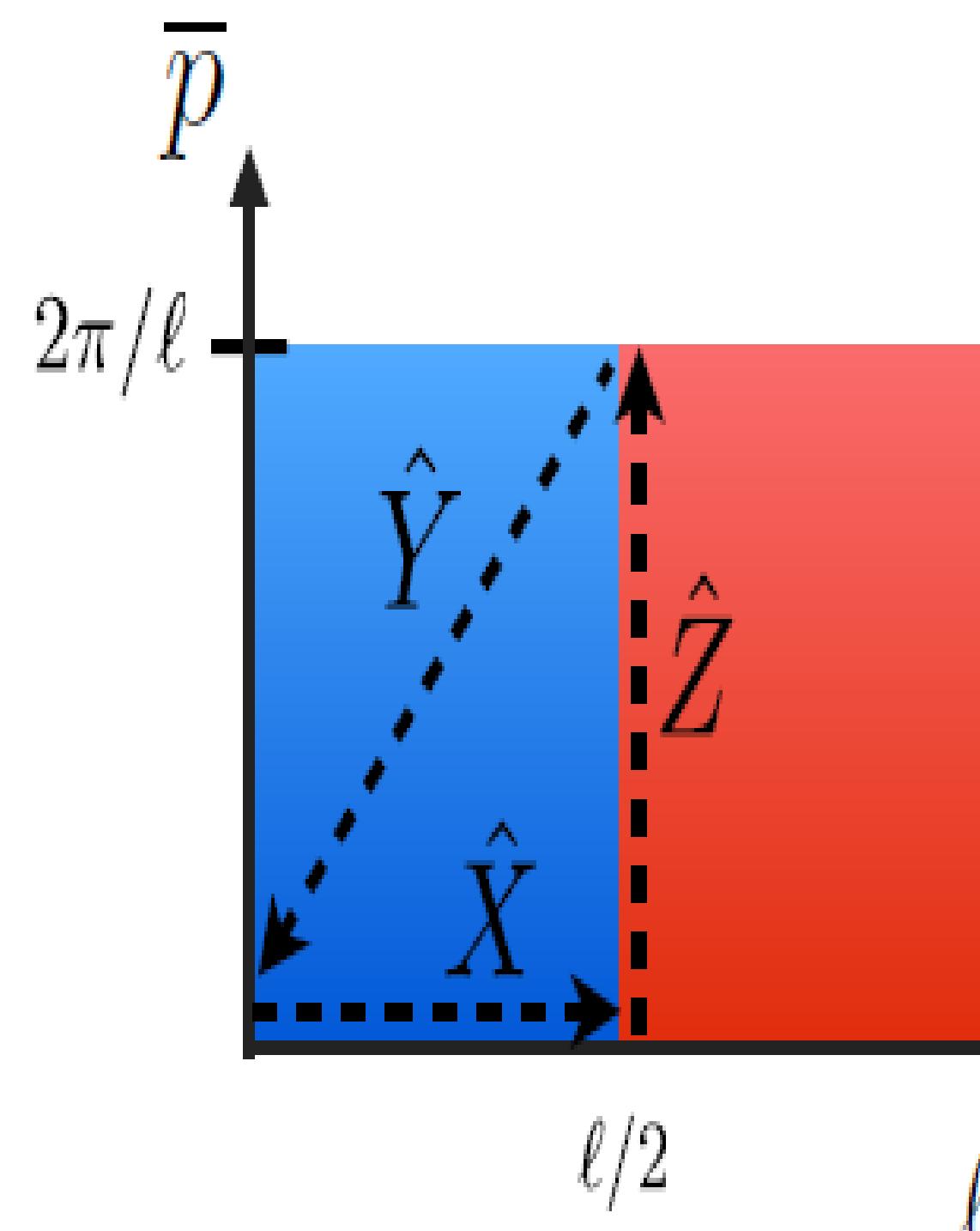
$$\hat{x} = \hat{N}\ell + \hat{\bar{x}}$$

$$\hat{p} = \hat{M}\frac{2\pi}{\ell} + \hat{\bar{p}}$$

Con esta configuración, $[\hat{x}, \hat{p}] = 0$, y podemos hallar una base común:

$$|\bar{x}, \bar{p}\rangle = \sqrt{\frac{\ell}{2\pi}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} e^{in\bar{p}\ell} |\bar{x} + n\ell\rangle$$

Qubits y operaciones de Pauli



$$|\psi\rangle = \int_{-\ell/4}^{3\ell/4} d\bar{x} \int_{\pi/\ell}^{\pi/\ell} \Psi(\bar{x}, \bar{p}) |\bar{x}, \bar{p}\rangle$$

Al partir la celda y hacer una manipulación algebraica, podemos concluir que

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0_L\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\phi} |1_L\rangle$$

con

$$|0_L\rangle = \int_{-\ell/4}^{\ell/4} d\bar{x} \int_{-\pi/\ell}^{\pi/\ell} d\bar{p} f(\bar{x}, \bar{p}) |\bar{x}, \bar{p}\rangle$$

$$|1_L\rangle = \int_{-\ell/4}^{\ell/4} d\bar{x} \int_{-\pi/\ell}^{\pi/\ell} d\bar{p} f(\bar{x}, \bar{p}) |\bar{x} + \ell/2, \bar{p}\rangle$$

Partición de la celda modular que nos permite definir qubits. Tomado de [2]

Además, podemos definir las compuertas usuales de Pauli [2]

$$\hat{X} = e^{-ip\ell/2} = \int_{-\ell/4}^{\ell/4} d\bar{x} \int_{-\pi/\ell}^{\pi/\ell} d\bar{p} e^{-i\bar{p}\ell/2} \hat{\sigma}_x(\bar{x}, \bar{p}),$$

$$\hat{Z} = e^{2\pi i \hat{x}/\ell} = \int_{-\ell/4}^{\ell/4} d\bar{x} \int_{-\pi/\ell}^{\pi/\ell} d\bar{p} e^{2\pi i \bar{x}/\ell} \hat{\sigma}_z(\bar{x}, \bar{p})$$

con

$$\hat{\sigma}_z(\bar{x}, \bar{p}) = \|\bar{x}, \bar{p}\rangle \langle \bar{x}, \bar{p}\| - \|\bar{x} + \ell/2, \bar{p}\rangle \langle \bar{x} + \ell/2, \bar{p}\|,$$

$$\hat{\sigma}_x(\bar{x}, \bar{p}) = \|\bar{x}, \bar{p}\rangle \langle \bar{x} + \ell/2, \bar{p}\| + \|\bar{x} + \ell/2, \bar{p}\rangle \langle \bar{x}, \bar{p}\|.$$

Trabajo futuro

Existen varias preguntas abiertas interesantes en este punto:

- Al analizar la evolución temporal de los estados propios de los operadores de posición y momento modulares, descubrimos similitudes con la propagación del efecto Talbot [3]. Es interesante analizar las transformaciones que propician este efecto.
- De nuevo, al analizar el desplazamiento temporal de los estados, perderemos información. Es importante entonces definir códigos correctores de error para lidiar con este impedimento. Estos son los llamados códigos GKP.
- Una implementación experimental o computacional de algunos protocolos estándares en computación cuántica.

Bibliografía:

[1] Aharonov, Y., Pendleton, H., & Petersen, A. (1969). Modular variables in quantum theory. *International Journal of Theoretical Physics*, 2(3), 213-230. <https://doi.org/10.1007/BF00670008>

[2] Ketterer, A. (s. f.). *Modular variables in quantum information*.

[3] Berry, M. V., & Klein, S. (1996). Integer, fractional and fractal Talbot effects. *Journal of Modern Optics*, 43(10), 2139-2164. <https://doi.org/10.1080/09500349608232876>