Interferometría en variables espaciales y temporales:

Interferencia de uno y dos fotones

Por Miguel Esteban Villalobos

Profesora asesora: Alejandra Valencia Ph.D.

Universidad de los Andes 28-11-2021

Introducción

Los experimentos de interferencia han jugado un papel fundamental en la historia de la física. Primeramente, permitieron definir la naturaleza clásica ondulatoria de la luz explicada por Huygens y demostrada por Thomas Young [1]. Al contrario de la visión propuesta por Newton, Young logró demostrar que la luz es un fenómeno ondulatorio. Más tarde, Maxwell encontró que la luz se compone de campos eléctricos y magnéticos transversales [1]. Con base en estos resultados, la interferencia de la luz se fundamentó en el principio de superposición, explicando que la suma de dos campos eléctricos también es solución de las ecuaciones de Maxwell para un campo transversal [1], [2].

Así como Young, Albert Michelson diseñó un interferómetro que permitía medir la diferencia de fase entre dos versiones de un mismo haz de luz que recorrían caminos ópticos distintos [1], [2]. Estos dos interferómetros son de especial interés para entender el fenómeno de interferencia clásico. Del primero se obtiene la coherencia espacial, que corresponde a las variables transversales de la luz. Del segundo, se obtiene el tiempo de coherencia de la luz, que corresponde al tiempo en el cual una onda se puede describir como una función sinusoidal perfecta [1].

La coherencia que se mide con los interferómetros de Young y Michelson corresponde a la coherencia de primer orden de la luz [2], también llamada función de autocorrelación [1]. Esta medición permite medir la correlación entre campos eléctricos. En cambio, los experimentos de Hanbury-Brown y Twiss permitieron realizar una medición de las fluctuaciones de la intensidad y su correlación, llamada correlación de segundo orden [3].

En el siglo 20, con el surgimiento de la cuantización del campo electromagnético, se concibió el concepto del fotón [1]. Sin embargo, la teoría cuántica de interferencia surgió de la mano de Glauber alrededor de 1960 [4]. El cálculo de las funciones de coherencia de primer y segundo orden se fundamenta en la interacción luz-materia y cómo un fotodetector atenúa el campo electromagnético al detectar un fotón [4]. Siendo una cantidad indivisible, un fotón no debería poder interferir consigo mismo. Aun así, la interferencia de un sólo fotón es un fenómeno observable [3], [4], esto se puede evidenciar en el interferómetro de Michelson, en el cual al enviar un fotón de entrada, la función de onda se divide sobre ambos brazos del interferómetro, generando así una interferencia en la probabilidad de detección del fotón [5].

Aun siendo un fenómeno cuántico, los resultados encontrados por la interferencia de un fotón resultan paralelos a los cálculos clásicos. En primera instancia, según Dirac [5], parecería que la interferencia de más de un fotón no tiene sentido, pues definió que la interferencia entre dos fotones distintos no ocurre. Alrededor de 1987, Hong, Ou y Mandel encontraron el fenómeno que lleva sus nombres y que parecería demostrar la interferencia de dos fotones distintos [3], [6]. Esta discrepancia entre ambas perspectivas sobre la interferencia se soluciona al considerar el estado de ambos fotones como un estado bifotón [5]. Así como en el caso de un fotón, la interferencia se da entre la división de la función de onda del estado bifotón al no saber por cual camino están los fotones.

Actualmente, la interferencia cuántica de fotones encuentra una amplia gama de aplicaciones. Los efectos HOM y la medición de la función de correlación de segundo orden permiten caracterizar una fuente de pares de fotones [7] y son de particular interés en esquemas de computación cuántica basados en óptica lineal [8] [9], entre otras aplicaciones. Una nueva propuesta fundamentada en la medición de la distribución de probabilidad de estados de la luz, también llamada *Boson Sampling*, se fundamenta en generar compuertas cuánticas usando interferómetros de uno y dos fotones [10].

El interés de esta investigación se concentra en entender los fenómenos de interferencia de uno y dos fotones tanto en variables espaciales y temporales por medio del análisis de distintos interferómetros, para así tener las bases de computación cuántica con óptica lineal y poder desarrollar a futuro un esquema de procesamiento de información cuántica.

Metodología

El estudio de la interferencia clásica comienza con el experimento de Young [1], [2], [11]. En este interferómetro, se comien definiendo el campo eléctrico de forma general como la transformada de Fourier de la forma espectral [5]. Este caso permite generalizar los resultados obtenidos en interferencia para luz con diferentes perfiles.

Luego, para analizar la interferencia temporal, recurrimos al interferómetro de Michelson [1], [2]. En este interferómetro se hace uso de un elemento fundamental en el estudio de la interferencia de la luz: el divisor de haz [11]. Este elemento es importante tanto en el caso clásico como en el caso cuántico, por lo tanto se estudiarán sus efectos sobre una onda de luz incidente.

De los resultados obtenidos en ambos interferómetros podemos desarrollar el formalismo para explicar qué es la coherencia de primer orden [1], [2], [5]. Así, podemos obtener una relación matemática sobre qué es lo que implica la función de coherencia de primer orden. Luego, entramos a analizar el interferómetro de Hanbury-Brown y Twiss, el cual mide correlaciones entre las intensidades de dos ondas de luz distintas. Este interferómetro nos permite derivar la definición de coherencia de segundo orden y explicar cómo se realiza esta medición.

Al entrar en el ámbito cuántico, lo primero es analizar la interferencia de un fotón individual. Primeramente, el propósito de este análisis es demostrar que los resultados obtenidos para los interferómetros de Michelson y Young se pueden replicar en el caso de un fotón individual [4], [5]. Para analizarlo, haremos uso de dos interferómetros distintos: el interferómetro de Michelson, que permite evidenciar interferencia temporal [12]; y el interferómetro *Tunable Beam Displacer* para las variables espaciales [13]. Son de especial interés estos interferómetros pues el análisis que se quiere realizar surge de dos investigaciones anteriores realizadas en el laboratorio de óptica cuántica de la Universidad de los Andes.

Asimismo, existe una forma de modelar el divisor de haz como un operador cuántico, en el cual existen pequeñas distinciones con el análisis clásico. Es de interés entender como se propaga la luz en un divisor de haz cuántico para poder analizar los resultados de ambos interferómetros (Michelson y *Tunable Beam Displacer*) en el caso de un fotón individual [11].

Finalmente, se quiere analizar la interferencia de dos fotones individuales. El interés de esta forma de interferencia surge de que es un fenómeno que no tiene análogo clásico, es decir, que no tiene forma de explicarse mediante la teoría clásica del electromagnetismo [5]. En un principio, parecería que la interferencia de dos fotones no es posible debido a que un fotón no interactúa con otro. Sin embargo, se analizará el efecto Hong Ou Mandel, en el cual se evidencia interferencia de dos fotones al interactuar en un divisor de haz [3]-[6].

Recientes avances en el análisis de interferencia muestran que se puede usar el Tunable

Beam Displacer para analizar la interferencia espacial de dos fotones [3]. Se quiere analizar el resultado obtenido por Legero [14], donde se habla de una interferencia de dos fotones resuelta temporalmente. Asimismo, se busca encontrar un análogo espacial que permita ver la interferencia de dos fotones resuelta espacialmente.

Consideraciones éticas

El propósito de este trabajo es puramente teórico y de acuerdo a su estructura se citarán todas las fuentes de información utilizadas de acuerdo al formato de citación IEEE, así como se explicarán las ideas usadas de distintos autores haciendo referencia a los mismos.

Este proyecto académico busca realizar una explicación exhaustiva del fenómeno de interferencia en el área del electromagnetismo haciendo un paralelo entre la parte clásica y la parte cuántica. No existe ningún conflicto de interés en esta investigación que se centrará únicamente en los aspectos teóricos de la interferometría. El resultado de esta investigación se hará público en la página del grupo de óptica cuántica de la Universidad de los Andes¹.

¹Disponible en: https://opticacuantica.uniandes.edu.co/index.php/es/

Índice general

1.	Interferencia clásica	7
	1.1. Interferencia espacial	8
	1.1.1. Difracción de Fraunhofer	9
	1.1.2. Interferómetro de Young	11
	1.2. Interferencia temporal	13
	1.2.1. Interferómetro de Michelson	13
2.	Interferencia de un fotón	17
	2.1. Divisor de haz	17
	2.1.1. Modelo cuántico	18
	2.2. Interferencia temporal	19
	2.3. Interferencia espacial	22
3.	Interferencia de dos fotones	26
	3.1. Función de correlación de segundo orden	26
	3.2. Interferencia temporal	27
	3.3. Interferencia espacial	32
4.	Conclusiones	36

Capítulo 1

Interferencia clásica

El campo eléctrico se puede escribir en su forma más general como [15]

$$\overline{E}(\overline{r},t) = \int d^3 \overline{k} \varepsilon(\overline{k}) e^{i(\overline{k} \cdot \overline{r} - \omega t)}.$$

Para tratar independientemente la parte espacial y temporal de la luz se hace uso de la aproximación paraxial y se reescribe el campo eléctrico en forma separable

$$\overline{E}(\overline{r},t) = \int dk_z \varepsilon(k_z) e^{i(kz-\omega t)} \int dq_x dq_y \epsilon(q_x,q_y) e^{i(q_x x + q_y y)},$$

donde q_i es el momentum transversal de la luz y k_z es el vector de onda en la dirección longitudinal. ε y ϵ son las distribuciones de frecuencias y momentum transversal de la luz, respectivamente.

Teniendo en cuenta que $k_z \approx \frac{\omega}{c}$, se reformula la ecuación para una distribución arbitraria centrada en ω_0, q_{i0} con rango de sintonización ω' y q'_i

$$\overline{E}(\overline{r},t) = \frac{1}{c} \int d\omega' \varepsilon(\omega') e^{-i\omega'(t-\tau_s)} e^{-i\omega_0(t-\tau_s)} \int dq'_x dq'_y \epsilon(q'_x,q'_y) e^{i(q'_x x + q'_y y)} e^{i(q_{x0} x + q_{y0} y)}.$$

Para el análisis que sigue, es necesario separar la parte espacial de la temporal. Esto se debe a que, en los interferómetros, el estudio se realiza asumiendo uno de los grupos de variables, longitudinales o transversales, constante, mientras que se varía el otro. Así, resulta conveniente diferenciar los campos eléctricos transversales y longitudinales como

$$\overline{E}(t) = \frac{1}{c} \int d\omega' \varepsilon(\omega') e^{-i\omega'(t-\tau_s)} e^{-i\omega_0(t-\tau_s)}, \qquad (1.1)$$

$$\overline{E}(x,y) = \int dq'_x dq'_y \epsilon(q'_x,q'_y) e^{i(q'_x x + q'_y y)} e^{i(q_{x0} x + q_{y0} y)},$$
(1.2)

donde τ_s representa una fase debido al camino óptico que recorre el haz hasta el detector.

1.1. Interferencia espacial

El análisis de la interferencia clásica comienza históricamente con el interferómetro de Young [1], [2], [4]. En la Fig. 1.1 se exhibe una representación esquemática del experimento de interferencia de Young [2]. En éste, se hace uso de varias aproximaciones que resultan de la difracción de Fraunhofer, por lo cual primero se realizará un análisis de lo que implica para una onda ser obstruida.



Figura 1.1: Esquemático del experimento de Young para medir la interferencia de un haz coherente de luz. Obtenido de [2]

1.1.1. Difracción de Fraunhofer

Según Hecht, la difracción se define como el patrón de interferencia generado por la obstrucción de un camino de luz por un objeto opaco [1]. En el caso de una rendija individual (ver Fig 1.2), el equivalente a la obstrucción por un objeto opaco es tener una pantalla opaca en la cual se tiene una rendija de tamaño *b*, en la cual se generan fuentes puntuales infinitesimales en todo el largo, con la misma fase y la misma frecuencia y longitud de onda que la fuente de luz que llega a la rendija [1].



Figura 1.2: Diagrama de la generación de una serie de fuentes puntuales de luz debido a una única rendija. Tomado de [1].

Primero, se analizan las diferencias de camino óptico posibles al ver la intensidad en un punto P a una cierta distancia de la rendija. Las fuentes con mayor diferencia de camino óptico son aquellas en los puntos A y B, tal que para poder ver interferencia entre fuentes coherentes se requiere

$$\Lambda_{max} = |\overline{AP} - \overline{AB}|,\tag{1.3}$$

donde Λ_{max} representa la mayor diferencia de camino óptico posible. La geometría de este experimento impone ciertas restricciones sobre las dimensiones de la apertura respecto a la naturaleza de la luz que entra en la apertura:

- 1. Si $\lambda \gg \overline{AB}$, los ángulos de dispersión de las ondas son muy amplios, con lo cual se pierde el patrón de interferencia [1], [4].
- 2. Si $\lambda < \overline{AB}$ la región de interferencia constructiva de las ondas es muy cercana a la pantalla, con lo cual no se podrá ver el régimen de campo lejano correspondiente a la difracción de Fraunhofer [1], [4].

De esta forma, para poder analizar el fenómeno de difracción se requiere que la longitud de la apertura sea del orden de magnitud de la longitud de onda de la luz [1], [2]. Con estas consideraciones, las fuentes puntuales de luz en la rendija generan una interferencia constructiva y se definen dos regiones: la región de campo cercano (difracción de Fresnel) y la región de campo lejano (difracción de Fraunhofer) [1], [2]. La diferencia entre ambos es, cualitativamente, que en la región de campo cercano, dentro del patrón de interferencia se tiene también la geometría de la rendija. Esta geometría no es de interés para el estudio de interferencia, por lo cual en esta investigación se estudiará la difracción de Fraunhofer.

Para entrar en el régimen de Fraunhofer, se considera una pantalla a una distancia L de la rendija de ancho b, sobre la cual llega luz con longitud de onda λ . Como una regla general, la relación que garantiza observar la difracción de Fraunhofer es [1]

$$L > \frac{b^2}{\lambda}.$$
 (1.4)

Se demostrará que tanto de las condiciones de difracción como de la condición de Fraunhofer surge una condición adicional para el experimento de Young.

Se tiene una rendija de tamaño b como en la Fig. 1.3. Por geometría, la distancia r_i de una fuente puntual hasta el punto P está dada por

$$r_i(y) = (y^2 + R^2 - 2yR\cos(90 - \theta))^{1/2},$$
(1.5)

siendo θ el ángulo generado desde el punto central de la rendija hasta el punto P respecto al plano x - z. Tomando la ecuación 1.5 y realizando una expansión de Taylor de segundo orden, es posible reescribir r_i como

$$r_i(y) \approx R - y \sin \theta. \tag{1.6}$$

El campo eléctrico generado en la pantalla se escribe en forma diferencial como

$$\frac{dE}{dy} = f(y)e^{-i(\omega t - \overline{k} \cdot \overline{r})},$$
(1.7)

donde f(y) representa la forma transversal de cada una de las fuentes puntuales en la rendija.

Reemplazando la ecuación 1.6 en 1.7 para encontrar el campo eléctrico en el punto P

$$\overline{E}(y,t) = kf(y)\cos\left(\omega t - ky\right)bsinc(\beta),$$
(1.8)

siendo $\beta = \frac{kD \sin \theta}{2}$ y k una constante. Esta última relación impone condiciones adicionales que nos permiten tratar las ondas producidas en el interferómetro de Young como una única onda por rendija que viaja en la dirección de propagación de la luz [1], [2]. La intensidad de la luz en el punto P es proporcional a $sinc\beta^2$, lo que implica que si la longitud de onda

de la luz es mucho mayor al ancho de la rendija, la intensidad visible será constante para cualquier punto y sobre una pantalla. De lo contrario, si $\lambda < D$, la intensidad disminuye rapidamente a 0, resultando en una intensidad nula en la pantalla.



Figura 1.3: Representación gráfica de las fuentes puntuales. En la imagen se ve el punto P en donde se analiza la diferencia de caminos ópticos entre todas las fuentes puntuales de la rendija. Tomado de [1].

Teniendo en cuenta lo anterior, así como la relación 1.4, la condición de difracción impone que $b \approx \lambda$, generando la siguiente restricción para el montaje experimental

$$L > \frac{b^2}{\lambda} \approx b. \tag{1.9}$$

Esta condición indica que la pantalla sobre la cual se mida la intensidad de las fuentes de luz debe estar a una distancia lejana a comparación de la longitud de la rendija para así poder aproximar las ondas que interfieren como ondas planas.

1.1.2. Interferómetro de Young

Habiendo analizado las condiciones físicas que permiten el análisis de interferencia en el interferómetro de Young, con base en la Fig. 1.1 se calcula el patrón de interferencia visible en la pantalla. Definiendo el campo eléctrico generado en una rendija de la forma 1.2 y evaluando únicamente la variable x

$$\overline{E}(x) = \int dq'_x \epsilon(q'_x) e^{i(q'_x x)} e^{i(q_{x0}x)}.$$

La distribución de momentos ϵ corresponde a la transformada de Fourier de la forma transversal del haz de luz [15], resultando en la expresión

$$E(x) = g(x)e^{i(q_{x0}x)}.$$
 (1.10)

Asumiendo dos rendijas con separación h a una distancia D de la pantalla, la intensidad en la pantalla está dada por

$$E(x_1, x_2) = E_1(x_1) + E_2(x_2),$$
(1.11)

 E_1 corresponde al campo generado en la rendija superior y E_2 al campo de la rendija inferior. Las distancias x_1 y x_2 se miden desde la posición de la rendija respecto a la mitad de la separación [2]. En la pantalla se observa la intensidad del campo eléctrico, que está relacionada con el campo como

$$I(x_1, x_2) \propto |E(x_1, x_2)|^2.$$
 (1.12)

Normalmente, debido a la precisión del detector, se integra el valor promedio de la intensidad. Sin embargo, es de interés entender la interferencia resuelta espacialmente, por lo cual se omitirá este promedio espacial asumiendo un detector perfecto. Evaluando la expresión 1.12 y reemplazando la ecuación 1.10

$$I(x_1, x_2) = |g_1(x_1)|^2 + |g_2(x_2)|^2 + 2g_1(x_1)g_2(x_2)\cos\left(q_0(x_2 - x_1)\right).$$
(1.13)

Utilizando las aproximaciones de Fraunhofer descritas anteriormente resulta la relación entre x_1 y x_2

$$x_{2} - x_{1} = h \sin(\theta) \approx h\theta,$$

$$\tanh(\theta) \approx \theta = \frac{x_{p}}{D},$$

$$x_{2} - x_{1} = \frac{hx_{p}}{D},$$
(1.14)

siendo x_p la coordenada x del punto de medición P. Finalmente, la intensidad para la interferencia espacial en términos de la posición es

$$I(x_p) = |g_1(x_p)|^2 + |g_2(x_p)|^2 + 2g_1(x_p)g_2(x_p)\cos\left(\frac{q_0h}{D}x_p\right).$$
(1.15)

El tercer término de la ecuación 1.15 es el término de interferencia. Esta expresión indica que la interferencia es visible siempre que se observe en un rango en el cual $x_2 - x_1$ sea menor a la longitud de coherencia espacial del haz, asociada con las funciones $g_1(x) \neq g_2(x)$. A un valor de x_p suficientemente lejano, la relación 1.13 indica que la separación entre las formas transversales de los haces no se sobrelapan, borrando el patrón de interferencia visible.

Para dos haces de luz con forma transversal gaussiana, se usaron valores de $q_0 = 11.97mm^{-1}$ y $\frac{1}{2\delta q_x^2} = 0.87mm$, tomados del trabajo hecho por Flórez en la Universidad de los Andes [13]. La distribución gaussiana, así como las predicciones teóricas de usar el haz gaussiano usado por Flórez se muestran en la Fig. 1.4.



Figura 1.4: (a) Distribución de momentum de un pulso gaussiano. Los valores de referencia se tomaron de valores experimentales reportados por Flórez [13]; (b) patrón de interferencia dado por la ecuación 1.15 para un haz gaussiano como el descrito en (a)

1.2. Interferencia temporal

1.2.1. Interferómetro de Michelson

A diferencia del interferómetro de Young, el interferómetro de Michelson mide interferencia en las variables longitudinales de la luz [1], [2]. En la Fig. 1.5 se muestra un diagrama esquemático del experimento. La fuente envía un haz de luz al divisor de haz O, en el cual se reflejan y transmiten dos copias del haz hacia los espejos M_1 y M_2 . Luego, estos haces se recombinan y se miden en el detector. La diferencia de camino óptico está dada por Δz , que es el movimiento relativo del espejo M_2 respecto al espejo M_1 . Esta distancia adicional genera un desfase entre los dos brazos del interferómetro y así es posible evidenciar la interferencia.



Figura 1.5: Diagrama del interferómetro de Michelson. Obtenido de [1].

El campo eléctrico es descrito por la ecuación 1.1. Se asume un divisor de haz con reflectividad r^2 y transmitividad t_r^2 , con lo cual, haciendo uso de la relación 1.11 se obtiene

$$E(t,\tau) = E_1(t,\tau_1) + E_2(t,\tau_2),$$
(1.16)

 τ_1 y τ_2 representan el movimiento de los espejos respecto a una posición inicial. Para este caso, $\tau_1 = 0$. Teniendo en cuenta las propiedades del divisor de haz, se tiene el campo eléctrico en el detector

$$E(t,\tau) = rt_r \frac{1}{c} \int d\omega' \varepsilon(\omega') e^{-i\omega'(t)} e^{-i\omega_0(t)} + t_r r \frac{1}{c} \int d\omega' \varepsilon(\omega') e^{-i\omega'(t-\tau)} e^{-i\omega_0(t-\tau)}.$$
 (1.17)

Nuevamente, las distribuciones de frecuencias corresponden a las transformadas de Fourier de la forma del haz en el tiempo. Entonces se obtiene

$$E(t,\tau) = rt_r f(t)e^{-i\omega_0(t)} + t_r f(t-\tau)e^{-i\omega_0(t-\tau)},$$
(1.18)

donde las constantes se absorbieron dentro de la transformada. La variable τ corresponde al movimiento del espejo M_2 por la relación $\tau = \frac{2\Delta z}{c}$. La intensidad en el detector está dada por

$$I(t,\tau) = r^2 t_r^2 (|f(t)|^2 + |f(t-\tau)|^2 + 2f(t)f(t-\tau)\cos\left(\omega_0(\tau)\right)).$$
(1.19)

Tomando valores de $\lambda_0 = 810nm$ y $\delta \lambda = 10nm$ característicos de un laser titanio-zafiro, en la Fig. 1.6 está representada la distribución de frecuencias y la forma temporal de un pulso gaussiano. Asimismo, en la Fig. 1.7 se muestra un perfil de interferencia no resuelto temporalmente, que se ajusta a lo reportado en la literatura por Salazar-Serrano [12].



Figura 1.6: (a) Distribución de frecuencias para un pulso gaussiano.; (b) Perfil temporal de un haz con distribución de frecuencias gaussianas.



Figura 1.7: Patrón de interferencia teórico para un pulso gaussiano en un interferómetro de Michelson. El patrón confirma la validez teórica de la ecuación 1.19 según lo reportado por Salazar-Serrano [12].

Capítulo 2

Interferencia de un fotón

Un resultado de la cuantización del campo electromagnético es la distinción del fotón como partícula que compone la luz [3], [4]. Un fotón, según Dirac, interfiere únicamente consigo mismo. La interferencia de multiples fotones no existe [5]. Aunque esta afirmación probó ser falsa con los experimentos realizados por Hong, Ou y Mandel [6], es necesario entender cómo interfiere un fotón individual consigo mismo.

Para entender la interferencia de un fotón individual se hará uso de dos experimentos: el interferómetro de Michelson que permite evaluar la interferencia temporal del fotón; y el interferómetro TBD usado por Flórez para evaluar la interferencia de dos pulsos con separación arbitraria [13]. El elemento principal de estos interferómetros es el divisor de haz, por lo cual el análisis cuántico de los efectos del divisor de haz sobre un fotón son de especial importancia en el estudio de la interferencia a la luz de los experimentos propuestos.

2.1. Divisor de haz



Figura 2.1: Esquema del efecto clásico de un divisor de haz sobre un campo eléctrico con amplitud ε_1 . Tomado de [4].

Clásicamente, el divisor de haz se explica como una lámina de material semireflectivo. En este, la intensidad de la onda entrante se divide en dos, proporcionalmente a las constantes r y t del divisor de haz. En la Fig 2.2 se muestra un diagrama clásico del efecto del divisor de haz. Las constantes del mismo cumplen

$$|r|^2 + |t|^2 = 1.$$

Estos coeficientes se llaman transmitividad y reflectancia, respectivamente. En el modelo cuántico, el divisor de haz se representa por un operador cuántico [4], [11]. En la representación clásica, el nivel de menor energía posible es la ausencia de campo eléctrico, donde la energía para este fenómeno es igual a cero. Por el contrario, en el modelo cuántico el estado de menor nivel del campo electromagnético corresponde a $\frac{\hbar\omega}{2}$, por lo cual se hace uso de operadores del estado vacío [3], [4], [11].

2.1.1. Modelo cuántico



Figura 2.2: Representación del divisor de haz en el modelo de operador cuántico. Se usa 1 como la entrada del fotón individual y 0 para el estado vacío. Tomado de [4].

La ecuación que relaciona los operadores de creación o destrucción de la entrada del divisor de haz con su salida es

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3\\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & r\\ -r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1\\ \hat{a}_0 \end{pmatrix}.$$
(2.1)

En el caso más simple es posible evaluar un estado de Fock de un fotón en un modo único [14], con lo cual se tiene que el efecto del divisor de haz sobre un estado de entrada $|\psi_{in}\rangle$ de un sólo fotón monomodo es

$$|0_0, 1_1\rangle \longrightarrow t |0_2, 1_3\rangle + r |1_2, 0_3\rangle,$$

donde los subíndices denotan el puerto en el cual se crea o se destruye el fotón. Una forma de interpretar físicamente el proceso es que el fotón que entra al divisor de haz se destruye y se crean dos alternativas: el fotón se refleja o se transmite. Estas dos opciones forman una superposición de estados en la cual se encuentra el fotón y son indeterminados hasta realizar una medición [4], [11].

2.2. Interferencia temporal

Para analizar la interferencia de un fotón individual en las variables temporales se define el estado de un único fotón con distribución $\phi(\omega)$ [14]

$$|1\rangle = \int d\omega \phi(\omega) \hat{a}^{\dagger}(\omega) |0\rangle .$$
(2.2)

Nuevamente se analiza la Fig. 1.5, ahora la entrada del interferómetro de Michelson es un estado cuántico con un fotón individual. Asimismo, se define el campo eléctrico en el modelo mecánico-cuántico como

$$\hat{E}^{+}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega e^{-i\omega t} \hat{a}(\omega).$$
(2.3)

Se usará la representación de Heisenberg para analizar el interferómetro [4]. El observable en el detector se representa como

$$G^{(1)} = \langle \Psi | \hat{E}^{-} \hat{E}^{+} | \Psi \rangle, \qquad (2.4)$$

también conocido como el grado de coherencia de primer orden de la luz [4]. Bajo la representación de Heisenberg, la evolución del operador campo eléctrico en el detector (5) se da de la forma

$$\hat{E}_{5}^{+}(t,\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega [-re^{-i\omega(t-\tau)}(t\hat{a}_{1}(\omega) + r\hat{a}_{0}(\omega)) + te^{-i\omega t}((t\hat{a}_{0}(\omega) - r\hat{a}_{1}(\omega))].$$

Este campo eléctrico se evalúa en el estado inicial $|0_0, 1_1\rangle$

$$\hat{E}_{5}^{+}(t,\tau) |0_{0},1_{1}\rangle = \hat{E}_{5}^{+}(t,\tau) \int d\omega \phi(\omega) \hat{a}_{1}^{\dagger}(\omega) |0_{0},0_{1}\rangle.$$
(2.5)

Una condición necesaria para poder evaluar este nuevo estado es que la frecuencia del campo eléctrico sea igual a la del fotón. Es decir, se crea un fotón con ω en el detector. El resultado de la ecuación 2.5 es

$$\hat{E}_5^+(t,\tau) \left| 0_0, 1_1 \right\rangle = \frac{-rt}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \left[e^{-i\omega(t-\tau)} \phi(\omega) + e^{-i\omega t} \phi(\omega) \right] \left| 0_0, 0_1 \right\rangle.$$

Nuevamente, se tiene que la función $\phi(\omega)$ corresponde a la transformada de Fourier de la forma temporal de la función de onda del fotón. Describiendo la distribución de frecuencias del fotón como en el caso clásico, centrada en ω_0 con ancho ω' resulta la expresión

$$\hat{E}_{5}^{+}(t,\tau) |0_{0},1_{1}\rangle = -rt[f(t-\tau)e^{-i\omega_{0}(t-\tau)} + f(t)e^{-i\omega_{0}t}].$$

Así, es posible calcular la función de correlación de primer orden de un fotón dada por la ecuación 2.4

$$G^{(1)}(t,\tau) = r^2 t^2 [|f(t-\tau)|^2 + |f(t)|^2 + 2f(t-\tau)f(t)\cos(\omega_0\tau)].$$
(2.6)

Esta ecuación es igual a la expresión 1.19, que es el patrón de intensidad para el modelo clásico de la luz. Su significado físico es distinto, pues en el caso clásico se tiene la interferencia de dos versiones de una misma onda electromagnética, mientras que en el caso cuántico se tiene la interferencia de la función de onda de un fotón consigo mismo. Este resultado permite confirmar la aserción mencionada anteriormente, en la que en un estado en superposición implica que el fotón está en ambos estados al mismo tiempo.

En las Fig. 2.3, 2.4, 2.5 se muestran tres diferentes gráficas para la interferencia de un fotón resuelta temporalmente. En el primer caso, se tiene un fotón con forma gaussiana de ancho $d\lambda = 10nm$ centrada en $\lambda_0 = 810nm$. Estos mismos valores se usaron para evaluar la interferencia temporal clásica, por lo cual la Fig. 1.6 corresponde a la distribución de frecuencias y la forma temporal del fotón. Dos casos de interés surgen de variar los parámetros de la forma del fotón, tanto el ancho de la distribución como el color, en los cuales cambia el patrón de interferencia.

En la Fig. 2.4 se incrementó el ancho de la distribución temporal, resultando en una distribución más ancha. La superficie de interferencia varía sus escalas por un orden de magnitud, causando que las oscilaciones sean visibles, aunque se pierde información sobre la distribución temporal del fotón. Por el contrario, en la Fig. 2.5 se varió el color de la luz a un valor de 405nm. Este valor central corresponde en la ecuación 2.6 al término de interferencia, más específicamente al termino sinusoidal. Aumentar la frecuencia en la cual se centra la distribución del fotón aumenta la cantidad de oscilaciones en la región de interferencia.

 λ_0 = 810 nm, d λ = 10 nm



Figura 2.3: Interferencia temporal resuelta temporalmente.



Figura 2.4: Interferencia temporal resuelta temporalmente. Se varío el ancho de la distribución para observar cambios en la interferencia.

 λ_0 = 405 nm, d λ = 10 nm



Figura 2.5: Interferencia temporal resuelta temporalmente. Se varío el color de la luz para observar cambios en la interferencia.

2.3. Interferencia espacial

El interferómetro pensado para analizar la interferencia espacial de un fotón individual surge del experimento desarrollado por Flórez [13]. En este experimento, se tiene una fuente coherente de luz colimada con una distribución espacial gaussiana, tal que se tienen dos fuentes puntuales sin la necesidad de implementar aproximaciones de Fraunhofer. De forma general, para cualquier distribución de momentum centrada en q_0 con ancho q', se tiene el estado de un sólo fotón

$$|1\rangle = \int dq \phi(q) \hat{a}^{\dagger}(q) |0\rangle , \qquad (2.7)$$

con campo eléctrico en la cámara

$$\hat{E}^{+}(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dq e^{-iqx} \hat{a}(q).$$
 (2.8)



Figura 2.6: Esquema experimental para la medición de interferencia espacial de un fotón. En el esquema de Flórez se hace uso de un divisor de haz de polarización, permitiendo el paso únicamente de polarizaciones verticales por un brazo y horizontales por el otro. Para el análisis, se supone un divisor de haz sin polarización. Tomado de [13].

El montaje experimental mostrado en la Fig. 2.6 permite evaluar la interferencia espacial de dos haces colimados variando su separación espacial [13]. Evaluando la expresión 2.5 en variables espaciales se obtiene

$$\hat{E}_{5}^{+}(x,d) \left| 0_{0}, 1_{1} \right\rangle = \left(t^{2} f(x) e^{iq_{0}x} - r^{2} e^{iq_{0}(x-d)} \right) \left| 0_{0}, 0_{1} \right\rangle.$$
(2.9)

A comparación de la expresión clásica, se realizó el cambio de variable $x = x_1$ y $x_2 = x_1 - d$, donde d es la separación espacial entre los centros de las distribuciones. La función de correlación espacial de primer orden da

$$\langle 0_0, 1_1 | \hat{E}_5^-(x, d) \hat{E}_5^+(x, d) | 0_0, 1_1 \rangle =$$

$$t^{2}r^{2}(t^{2}|f(x-d)|^{2}+r^{2}|f(x)|^{2}-2f(x-d)f(x)\cos{(q_{0}d)}).$$
 (2.10)

Salvo ciertas constantes, la expresión 2.10 es equivalente a la encontrada para el caso del interferómetro de Young, exceptuando las constantes asociadas con el divisor de haz y las aproximaciones de Fraunhofer.

q₀ = 11.97 [mm⁻¹], dq = 0.812 [mm⁻¹]



Figura 2.7: Interferencia espacial resuelta temporalmente. Los valores del pulso gaussiano corresponden a los datos reportados por Flórez [13].





Figura 2.8: Interferencia espacial resuelta temporalmente. Los valores del pulso gaussiano corresponden a los datos reportados por Flórez [13]. Se varió el ancho de la distribución de momentum del fotón.



q₀ = 59.85 [mm⁻¹], dq = 0.812 [mm⁻¹]

Figura 2.9: Interferencia espacial resuelta temporalmente. Los valores del pulso gaussiano corresponden a los datos reportados por Flórez [13]. Se varió el parámetro asociado con el momentum central de la distribución del fotón.

En las Fig. 2.7, 2.8 y 2.9 se observan predicciones teóricas para diferentes formas de un sólo fotón. En la primera, se observa la interferencia de un fotón resuelta espacialmente para los parámetros reportados por Flórez [13]. Nuevamente, como en el caso temporal, se variaron parámetros asociados al ancho y el momentum central de la distribución, con lo cual se observan cambios en el patrón de interferencia.

La Fig. 2.8 presenta una variación en el ancho de la distribución. Este incremento en el ancho espacial, que es inversamente proporcional al ancho en momentum, aumenta la escala sobre la cual se puede observar la interferencia. Asimismo, escalar el ancho de la distribución permite agrandar la región espacial en la que la función de onda del fotón interfiere consigo misma, lo que implica que el término de interferencia en la ecuación 2.10 tiene mayor visibilidad en el mismo rango temporal de la Fig. 2.7.

Por otra parte, en la Fig. 2.9 se evidencia un cambio en el momentum central de la distribución. Nuevamente, al revisar el término de interferencia, la función sinusoidal oscila con frecuencia igual al momentum central de la distribución, haciendo que, aunque no se cambien las escalas, las oscilaciones sean mayores en la región de interferencia.

Capítulo 3

Interferencia de dos fotones

3.1. Función de correlación de segundo orden

Para el caso de dos fotones indistinguibles que llegan a un divisor de haz, la evolución temporal del estado según la representación de Schrödinger resulta

$$|1_0, 1_1\rangle = \hat{a_0}^{\dagger} \hat{a_1}^{\dagger} |0_0, 0_1\rangle, \qquad (3.1)$$

donde se asume que los modos transversales y longitudinales de los fotones entrantes son iguales. Al transformar el estado según la ecuación 2.1 se tiene

$$\hat{U}|1_0,1_1\rangle = \left(-t_r r \hat{a_3}^{\dagger} \hat{a_3}^{\dagger} + r t_r \hat{a_2}^{\dagger} \hat{a_2}^{\dagger} + t_r^2 \hat{a_3}^{\dagger} \hat{a_2}^{\dagger} - r^2 \hat{a_2}^{\dagger} \hat{a_3}^{\dagger}\right)|0_2,0_3\rangle$$
(3.2)

Cada uno de los operadores de creación corresponde a crear un fotón en un modo distinto, por lo cual los operadores conmutan. El efecto del divisor de haz sobre el estado corresponde a cambiar los modos sobre los cuales se está creando un fotón. El resultado anterior se puede expresar como

$$\hat{U}|1_0, 1_1\rangle = -t_r r |0_2, 2_3\rangle + r t_r |2_2, 0_3\rangle + (t_r^2 - r^2) |1_2, 1_3\rangle.$$
(3.3)

Para poder analizar la interferencia de dos fotones es necesario definir la función de correlación de segundo orden $G^{(2)}$, que mide el grado de correlación entre las intensidades detectadas por dos fotodetectores distintos [5].

El estudio de correlación en intensidad se da por el esperimento de Hanbury-Brown y Twiss [5]. En este interferómetro, se analiza la correlación espacial de luz proveniente de una misma estrella. Históricamente, este experimento permitió medir la extensión espacial de cuerpos estelares [3]-[5]. La definición de la función de correlación de segundo orden clásica es [5]

$$\Gamma^{(2)}(r_1, t_1; r_2, t_2) = \langle I(r_1, t_1) I(r_2, t_2) \rangle.$$
(3.4)

La medición de esta función de correlación requiere la medición de la intensidad en dos puntos distintos del espacio-tiempo r_1 , t_1 y r_2 , t_2 . Como se explicó anteriormente, la intensidad es proporcional a la norma al cuadrado del campo eléctrico. Por tanto, la función de correlación de segundo orden resulta

$$\Gamma^{(2)}(r_1, t_1; r_2, t_2) = \langle E^*(r_1, t_1) E(r_1, t_1) E^*(r_2, t_2) E(r_2, t_2) \rangle.$$
(3.5)

Los valores posibles de esta función revelan información sobre la naturaleza de la luz [5]. Para su versión normalizada, si $\gamma^{(2)} = 1$ se tienen dos intensidades independientes sin ninguna correlación [5].

Por otra parte, valores para $\gamma^{(2)} > 1$ indican una correlación. El converso indica anticorrelación entre las intensidades [5].

El análogo cuántico de la función de correlación de segundo orden surge de la teoría de Glauber, en la cual la función de correlación de segundo orden se entiende como la probabilidad de observar un par de fotones excitando dos detectores, uno en r_1 , t_1 y otro en r_2 , t_2 [5]. Se define la probabilidad como

$$G^{(2)}(r_1, t_1; r_2, t_2) = \langle E^{(-)}(r_1, t_1) E^{(+)}(r_1, t_1) E^{(-)}(r_2, t_2) E^{(+)}(r_2, t_2) \rangle.$$
(3.6)

3.2. Interferencia temporal

Para demostrar el efecto de la indistinguibilidad se asumieron fotones monomodo con formas espaciales y temporales iguales. En el caso más general, se escribe el estado bifotón que entra al divisor de haz

$$|1_{0},1_{1}\rangle = \int d\omega_{1}\phi(\omega_{1})\hat{a_{1}}^{\dagger}(\omega_{1}) \int d\omega_{0}\phi(\omega_{0})\hat{a_{0}}^{\dagger}(\omega_{0}) |0_{0},0_{1}\rangle.$$
(3.7)



Figura 3.1: Esquema del experimento para medir la función de correlación de segundo orden de un estado bifotón. Tomado de [14].

En la Fig. 3.1 se presenta un diagrama del experimento para medir la función de correlación de segundo orden de un estado bifotón. Reescribimos la ecuación 2.1 para adaptarse a las entradas y salidas mostradas en la figura

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3\\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & r\\ -r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1\\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}.$$
(3.8)

Según la ecuación 3.8, con un detector en 3 y otro en 4, la evolución de los operadores campo eléctrico en el detector resulta

$$\hat{E_3}^{(+)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega_3 e^{-i\omega_3 t} [t_r \hat{a_1}(\omega_3) + r \hat{a_2}(\omega_3)],$$
(3.9)

$$\hat{E_4}^{(+)}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega_4 e^{-i\omega_4 t} [t_r \hat{a_2}(\omega_4) - r \hat{a_1}(\omega_4)].$$
(3.10)

Para calcular la probabilidad de detección de un fotón en $t + \tau$ dada una detección en t tenemos el término

$$\hat{E}_{4}^{(+)}(t)\hat{E}_{3}^{(+)}(t+\tau)\left|1_{0},1_{1}\right\rangle = \left|t_{r}^{2}f_{2}(t+\tau)f_{1}(t) - r^{2}f_{2}(t)f_{1}(t+\tau)\right|\left|0_{0},0_{1}\right\rangle, \quad (3.11)$$

donde $f_i(t)$ corresponde a la transformada de Fourier de ϕ_i . Al multiplicar 3.11 por su conjugado complejo, se tiene la probabilidad de coincidencia P_{coin}

$$P_{coin}(t,\tau) = |t_r^2 f_2(t+\tau) f_1(t) - r^2 f_2(t) f_1(t+\tau)|^2.$$
(3.12)

La ecuación 3.12 corresponde a la reportada por Leguero [14]. En el trabajo citado, Legero presenta interferencia de dos fotones resuelta temporalmente. Definimos la función temporal de los fotones como

$$f_i(t) = \frac{1}{\delta t \sqrt{2\pi}} e^{-t^2/(2\delta t^2) - i\omega_i t}$$
(3.13)

Esta función cumple con la condición de normalidad. Es decir, que la integral entre $-\infty$ y ∞ es igual a 1. Para dos fotones con esta forma temporal, la probabilidad de coincidencia dada por la ecuación 3.12 resulta

$$P_{coin}(\delta\tau,\tau) = \frac{1}{(\delta t (2\pi)^{1/2})^3} e^{\frac{-\tau^2 - \delta\tau^2}{\delta t^2}} \left[\frac{\cosh\left(\frac{\tau\delta\tau}{\delta t^2}\right) - \cos((\omega_2 - \omega_1)\tau)}{2} \right],$$
(3.14)

donde τ es la diferencia en tiempo de detección y $\delta \tau$ es la diferencia de tiempo en llegar al divisor de haz de los fotones. Se asumió un divisor de haz 50-50. Esta relación es equivalente a la presentada por Legero [14], salvo ciertas constantes debido a diferencias en el uso de unidades.



Figura 3.2: Gráfica de la probabilidad de detección de dos fotones en términos del delay temporal antes del divisor de haz $\delta \tau$ y la diferencia de detección τ . Para este caso, $\omega_2 - \omega_1 = 0 \frac{rad}{ps}$



Figura 3.3: Gráfica de la probabilidad de detección de dos fotones en términos del delay temporal antes del divisor de haz $\delta \tau$ y la diferencia de detección τ . Para este caso, $\omega_2 - \omega_1 = 100 \frac{rad}{ps}$



Figura 3.4: Gráfica de la probabilidad de detección de dos fotones en términos del delay temporal antes del divisor de haz $\delta \tau$ y la diferencia de detección τ . Para este caso, $\omega_2 - \omega_1 = 1000 \frac{rad}{ps}$

Para dos pulsos gaussianos en tiempo, con $\delta t = 34,8ps$, en las Fig. 3.2, 3.3 y 3.4 se muestra la superficie de interferencia resuelta temporalmente para tres valores distintos de diferencias de frecuencias entre los fotones. Estas gráficas corresponden a lo reportado teóricamente por Legero [14].

En la Fig. 3.2 se evidencia claramente lo que implican las alternativas indistinguibles [5], [14]. Para una diferencia en tiempo de detección lo suficientemente pequeña, los dos fotones son indistinguibles, generando una probabilidad nula de detección. Asimismo, si el retraso relativo entre ambos fotones antes de llegar al divisor de haz es suficientemente indistinguible se tiene una probabilidad nula de detección de coincidencias.

En las Fig. 3.3 y 3.4 los dos fotones no están centrados en la misma frecuencia. Por lo tanto, la probabilidad de detección de coincidencias oscila con la diferencia de frecuencias entre ellos, como está predicho por la ecuación 3.14 [14].

3.3. Interferencia espacial

La interferencia espacial es posible medirla al separar dos fotones por d y evaluando la probabilidad de detección de un fotón en una salida del divisor de haz en x y en la otra salida en x + x'. El resultado teórico del cálculo de la probabilidad resulta

$$P_{coin}(x, x') = |t_r^2 f_2(x + x') f_1(x) - r^2 f_2(x) f_1(x + x')|^2.$$
(3.15)

La forma espacial que toman los fotones se define como

$$f_i(t) = \frac{1}{\delta x \sqrt{2\pi}} e^{-x^2/(2\delta x^2) - iq_i x}.$$
(3.16)

Asumiendo dos fotones centrados en un diferente momentum, tenemos para la probabilidad de detección de coincidencias

$$P_{coin}(d, x') = \frac{1}{(\delta x \sqrt{2\pi})^3} e^{\frac{-d^2 - x'^2}{\delta x}} \left[\frac{1}{2} \left(\cosh\left(\frac{x'd}{\delta x}\right) - \cos\left((q_2 - q_1)x'\right) \right) \right], \quad (3.17)$$

donde d es la separación espacial entre los fotones. x' es la diferencia en la posición de detección. Las ecuaciones 3.14 y 3.17 reflejan la naturaleza de la interferencia de dos fotones tanto en variables longitudinales como transversales. La diferencia experimental en la medición de estas funciones radica en la presición disponible por los aparatos de medición. Para poder observar el fenómeno con resolución espacial o temporal óptima, es necesario poder detectar el fotón con una precisión mayor al ancho de la distribución.



Figura 3.5: Gráfica de la probabilidad de detección de dos fotones en términos de la separación espacial antes del divisor de haz $\delta \tau$ y la diferencia de posición de detección x'. Para este caso, $q_2 - q_1 = 0$



Figura 3.6: Gráfica de la probabilidad de detección de dos fotones en términos de la separación espacial antes del divisor de haz $\delta \tau$ y la diferencia de posición de detección x'. Para este caso, $q_2 - q_1 = 10 mm^{-1}$



Figura 3.7: Gráfica de la probabilidad de detección de dos fotones en términos de la separación espacial antes del divisor de haz $\delta \tau$ y la diferencia de posición de detección x'. Para este caso, $q_2 - q_1 = 25 mm^{-1}$

Las Fig. 3.5, 3.6 y 3.7 muestran, análogamente a la situación temporal, las superficies de interferencia resuelta espacialmente para dos fotones con la forma espacial reportada por Flórez [13]. Nuevamente, la indistinguibilidad de los fotones se evidencia en la Fig. 3.5, donde para una separación espacial que vuelva a los fotones indistinguibles la probabilidad de conteo se anula. Asimismo, la probabilidad de detección de dos fotones en una misma posición de las cámaras es nula debido a la incapacidad de distinguir entre las dos alternativas.

Capítulo 4 Conclusiones

El estudio de interferencia clásica permitió analizar, para una onda cualquiera, como se propaga a través de una obstrucción. La aproximación de Fraunhofer fue necesaria en el análisis del interferómetro de Young por la naturaleza del experimento. En el caso del experimento TBD expuesto en la investigación de Flórez [13], estas aproximaciones no son necesarias, sin embargo el resultado de interferencia de un fotón reveló que son acertadas. Por otra parte, el análisis temporal del interferómetro de Michelson introdujo un elemento principal en la evaluación de interferencia por los métodos propuestos: el divisor de haz. Con este, se evidencia que la intensidad medida, a comparación de la intensidad inicial del campo eléctrico, se reduce debido a los factores de reflectancia y transmitancia. Fue posible reproducir patrones de interferencia tanto para el caso espacial como para el temporal, con lo cual se confirma la validez de las ecuaciones derivadas en este trabajo.

Para la interferencia de un fotón se logró confirmar la similitud en el cálculo de la intensidad en el detector comparado con la interferencia clásica, tanto en las variables temporales como las espaciales. Es necesario recalcar que la diferencia entre la interferencia espacial clásica y de un fotón surge de la elección de experimento de interferencia. Se logró reproducir un patrón de interferencia resuelto temporal y espacialmente para tres distintas formas de un fotón, evaluando la diferencia que genera aumentar el ancho de la distribución temporal del fotón, así como cambiar su color. Al aumentar el ancho de la distribución fue posible evidenciar más claramente las oscilaciones dadas por las ecuaciones 1.15 y 1.19. Por otra parte, cambiar el color o el momentum central de los fotones generó oscilaciones más rápidas, causando que la región de interferencia tuviera una mayor cantidad de picos.

Finalmente, el estudio de la interferencia de dos fotones, tanto en variables temporales como espaciales, comenzó con la definición de la función de correlación de segundo orden. Esta función permite medir el grado de correlación entre la intensidad medida por dos detectores distintos. En el modelo cuántico, esta intensidad está relacionada con la cantidad de fotones que llegan al detector y su correlación con coincidencias en los detectores. Para el caso temporal, se derivó la relación que permite calcular la probabilidad de detección de coincidencias al proyectar dos fotones sobre un divisor de haz. Esta relación es equivalente a la encontrada por Legero [14], pero se graficó haciendo uso de una distribución gaussiana centrada en $\lambda_0 = 810nm$ y con ancho $\delta\lambda = 10nm$. Estos mismos valores fueron usados a través de este trabajo para calcular los patrones de interferencia.

De la misma forma, al realizar el cálculo para la probabilidad de detección de dos fotones en la versión espacial, se encuentra que la relación es similar a la encontrada por Legero y derivada en este trabajo. Para dos fotones con separación espacial d, se encontró la probabilidad de detectar un fotón en x y otro en x + x'. Matemáticamente, las funciones que surgen del cálculo de esta función de probabilidad son similares a las encontradas en la versión temporal. Sin embargo, la escala en la cual se encuentran ambas gráficas permite analizar que en el caso espacial la resolución necesaria es accesible, contrario a lo que ocurre con la versión temporal. Para poder detectar interferencia resuelta temporalmente, Legero generó pulsos lo suficientemente largos para que la electrónica de detección fuera suficientemente precisa [16].

Bibliografía

- [1] Eugene Hecht. *Optics, Global Edition.* Harlow, Essex CM20 2JE, England: Pearson, 2017.
- [2] B. D. Guenther. *Modern Optics Simplified*. Oxford, United Kingdom: Oxford University Press, 2020.
- [3] Mark Fox. *Quantum Optics, An Introduction*. New York, United States: Oxford University Press, 2006.
- [4] Christopher C. Gerry y Peter L. Knight. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2005.
- [5] Yanhua Shih. An Introduction to Quantum Optics, Photon and Biphoton Physics. Abingdon: CRC Press, 2021.
- [6] C. K. Hong. "Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference". En: *Physical Review Letters* 59.18 (1987).
- Kevin Zielnicki. "Joint spectral characterization of photon-pair sources". En: Journal of Modern Optics 65.10 (2018), págs. 1141-1160. DOI: https://doi.org/10.1080/ 09500340.2018.1437228.
- J. Eli Bourassa. "Blueprint for a Scalable Photonic Faul-Tolerant Quantum Computer". En: Quantum 392.5 (2021), pág. 392. DOI: https://doi.org/10.22331/q-2021-02-04-392.
- [9] Xanadu. Hardware. 2021. URL: https://www.xanadu.ai/hardware.
- Bryan T. Gard. "An introduction to boson-sampling". En: From Atomic to Mesoscale: The Role of Quantum Coherence in Systems of Various Complexities (2014), págs. 797-802.
 DOI: 10.1142/9789814678704_0008.
- [11] Hans-A. Bachor y Timothy C. Ralph. A Guide to Experiments in Quantum Optics. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2004.
- [12] Luis José Salazar-Serrano. "Observation of spectral interference for any path difference in an interferometer". En: Optic Letters 39.15 (2014). DOI: https://dx.doi. org/10.1364/0L39.004478.
- [13] Jefferson Flórez. "Interference of two pulse-like spatial beams with arbitrary transverse separation". En: Journal of Optics 18.12 (2016). DOI: https://doi.org/10. 1088/2040-8978/18/12/125201.
- [14] T. Legero. "Time-resolved two-photon quantum interference". En: Appl. Phys. B 77 (2003), págs. 797-802.

- [15] J. C. Garrison y R.Y. Chiao. *Quantum Optics*. United States: Oxford University Press, 2008.
- [16] T. Legero. "Quantum Beat of Two Single Photons". En: Phys. Rev. Lett 93 (2004).